Math F. 575

Mathesis. pag. 445.

R

Abhandlung
von
Runden, Ovalen, Ey-
und
Polygonal-Fäßern
aus
der practischen
Zusammensetzung dieser Fäßer
hergeleitet
von
Johann Leonhard Späth,
Prof. der Mathem. und Physik zu Altdorf.

Mit Kupfern.

Nürnberg,
im Verlag bey Johann Adam Stein.
1794.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Die Pythometrie war eine Lieblings-Beschäftigung meiner Jugend. Ich trieb sie in jenen Stunden, die mir meine Berufsgeschäfte frey ließen, und machte dabey Bekanntschaft mit einigen geschickten Küfermeistern. Ich sahe bey diesen Fäßer aufsetzen, half mitunter selbst dazu, und lernte hieraus, daß die Figur des Faßes sicher keine zufällige sey, wie ich, und vielleicht mehrere mit mir zuvor geglaubt hatten; ja, da ich mich endlich selbst mit dem Fügen der Faß-Dauben abgab, so überzeugte ich mich ganz, daß die Figur des Faßes von dem Stich-Model, nach wel-

chem es gefügt wird, gerade so abhange, als die Figur des Schuhes von dem Leisten, über welchen er geschlagen worden. Sein Gebrauch lehrte mich überdies das Gesetz kennen, welches bey Fügung eines Faßes zum Grunde liegt, und nach welchem das Faß an seinen Köpfen allemal einen Stich weniger als in seiner Mitte haben muß; und da ich die Figur der Füg-Bank, und der auf ihr gefügten Faß-Dauben näher untersuchte, so mußte ich nothwendig den Schluß daraus ziehen, daß die nachmalige Krümmung der Faß-Dauben eine bestimmte seyn müßte, die bey übrigens gleichen Umständen nur von ihrer Länge und Spitzung abhängig ist.

Da ich mich nun in so weit von diesem allen vergewissert hatte, so führten mich geometrische Betrachtungen, die ich über den Bau der Fäßer anstellte, auch hierinn wei-

weiter, und ich lernte das Verhältniß des Ganzen mit jedem seiner Theile kennen, so daß ich im Stande war, ein Faß, ganz seiner Figur nach aufzureißen, wenn mir die Stichzahl, auf welche es gefügt, und das Boden-Verhältniß, nach welchem es aufgesetzt werden sollte, nahmhaft gemacht wurde: und jederzeit kam die Figur des Faßes meinen Bestimmungen um so näher, je genauer und sorgfältiger seine Dauben nach den von mir verfertigten Stich-Mödeln gefügt wurden.

Eben die Verfertigung der Stich- und Senk-Mödel kamen auch meinem weitern Forschen in diesen Dingen wohl zu gute. Ich verfertigte sie, da mir nothwendig die Fertigkeit, die ich mir ehehin im Branderschen Laboratorio erworben hatte, hier sehr gut zu statten kommen mußte, weit accurater als es sonst zu geschehen pflegt, und be-

kam deswegen aus Erkenntlichkeit mehrere Notizen zur Einsicht, mit welchen sonst die Küfer sehr geheim zu seyn pflegen, und in welchen insbesondere vortrefliche practische Bemerkungen über die Aufsetzung abrunder Fäßer enthalten waren. Dies gab mir Veranlassung, auch über diese, ähnliche geometrische Betrachtungen, wie über runde Fäßer, anzustellen. Ich maß deswegen mehrere an verschiedenen Orten und Provinzen verfertigte, um sie mit meinen Bestimmungen vergleichen zu können; und so erfuhr ich auf diesem Wege, daß ein allgemeines Grundgesetz bey Construction der Fäßer zum Grunde liege, durch welches ihre Figur bestimmt wird.

Dieses Gesetz ist es nun, von welchem ich hier die Anwendung auf die Construction runder, ovaler, Ey- und Polygonal-Fäßer mache.

Ich führe nemlich zuerst die allgemeinen Merkmale an, durch welche sich runde Fäßer von einander unterscheiden, und gehe von diesen zu den besonderen über, nachdem ich zuvor das nöthige über jene Werkzeuge angezeigt habe, von welchen insbesondere die Figur eines Faßes in Rücksicht der Krümmung seiner Dauben abhängt. Dies brachte mich auf die Construction einer allgemeinen Formel, nach welcher sich die Faß-Linie näherungsweise einzig aus solchen Dingen ergibt, welche den nächsten Bezug auf die Gestalt jeder Daube haben, so wie sie von der Füg-Bank kommt. Man wird aber dieselbe nach möglichster Schärfe bekommen, wenn man die Glieder, die ich bey Construction jener Faß-Gleichung der Kürze wegen ausgelassen habe, mitnehmen will. Von dieser Linie bestimme ich ferner ihren Wendungs-Punct, ihre Tangente und

ihre Rectification, und nehme nach denselben Veranlassung zu Untersuchungen über die möglichen Gattungen runder Fäßer und Construction einer allgemeinen Faß-Formel, nach welcher sich die Ausdehnung jedes runden nach der löbl. Küfer Zunft-Regeln aufgesetzten und gefügten Faßes, blos allein aus solchen Stücken berechnen läßt, von welchen seine äussere Gestalt einzig abhängt.

Ob ich in allen diesen Stücken bereits einen Vorgänger gehabt habe, ist mir nicht bekannt, wenigstens kann ich dieses nicht abnehmen aus der Art, nach welcher man noch bis jetzt die Fäßer zu behandeln pflegt, wenn man ihre Figur und aus dieser ihren Inhalt ausfindig machen will. Man aichet nemlich ein Faß ab, und sucht unter mehreren bereits für verschiedene krummlinicht conoïdische Körper construirten Formeln diejenige aus, welche jenem Inhalt

am nächsten kommt, und eignet dem Faß-Körper deswegen selbst jene Krümmung zu. Man richtet sich ferner in Ansehung der Auswahl unter diesen Formeln nach einem gewissen Quotienten, den man sich aus einigen an dem Faße gemessenen Dingen abgenommen hat. Ich zeige aber, daß jene Dinge, welche man bisher an Fäßern zu messen pflegte, um darnach die Wahl der Formel zu treffen, gerade unter die zufälligen, nicht in der Natur des Faßes liegenden Dinge gehören; auch daß nicht gerade ein Faß auch parabolisch gekrümmt seyn müsse, wenn sein Inhalt einer mit ihm gleich großen Paraboloide entspricht: und gebe statt deren gewiße Vorschriften, nach welchen sich sowohl das Geschlecht des Faßes als sein Inhalt durch seine ganze Wein-Länge auf die möglichst zuverläßigste Art ergeben mag, es mögen seine Böden eine Senkung haben oder nicht.

Diesem folget auch die Anwendung auf die Berechnung der Mittelvölle, für nicht volle Fäßer.

Auch die Werkzeuge, deren man sich bisher zum Faß-Visieren bediente, habe ich theoretisch betrachtet, und nachher meine Bemerkungen über dieselbe, und die Art wie einige vortheilhafter gebraucht werden mögen, beygefügt.

Von abrunden Fäßern habe ich die ovalen, Ey- und Polygonal-Fäßer vorgenommen, auf alle übrige aber Verzicht gethan, die mehr als Kunststücke in vornehmen Weinkellern aufgestellt sind, als daß sie eigentlich Dienste im bürgerlichen Leben leisten sollten. Hierunter zählt man z. E. solche Fäßer, die wie eine Sand-Uhr gestaltet sind; solche, deren Obertheil ellipsoidisch, das Untertheil aber paraboloidisch gestaltet ist; auch solche, die in Ruthen stehen u.dgl.

Von

Von diesen abrunden Fäßern zeige ich nun nach systematischer Ordnung die Verbindung ihrer Theile, wie eines aus dem andern folgt, und das Verhältniß ihrer Durchschnitte, indem ich nicht nur ihren Aufriß zu zeichnen weiße, sondern auch allgemeine Ausdrücke hierüber gebe.

Da auch der Inhalt solcher Fäßer immer ein Aggregat ihrer Abschnitte wird, in welche sie vermöge ihrer verschiedenen Spitzungen zerfallen, und deswegen immer eine beschwerliche Rechnungs-Sache bleiben muß, so habe ich hier ein anderes einfaches Verfahren gezeigt, vermöge dessen solche Fäßer mit einem andern Körper verglichen werden, der mit ihnen gleichen Inhalt hat.

Verfolget man das, was ich mit diesem allen vorgetragen habe, so wird man sich überzeugen, daß auf diesem Wege, der

eigent-

eigentlich von der Werkstätte der Küfer ausgeht, die Visierkunst eine etwas veränderte Gestalt bekommen müsse: man wird nemlich finden, daß man beym Faß-Visieren auf Dinge Rücksicht nehmen müsse, die bisher ganz ausser Acht kamen, obgleich von diesen eigentlich die Erkenntniß des Faß-Geschlechts einzig abhängt. Mich soll es übrigens sehr freuen, wenn ich durch diese Abhandlung solchen Männern, die weiter als ich zu sehen vermögen, Gelegenheit sollte gegeben haben, die von mir angefangene Sache noch weiter zu verfolgen; und meine Absicht wird hinlänglich erreicht seyn, wenn ich durch dieselbe zur Vervollkommung der Visier-Kunst etwas nicht unwichtiges beygetragen habe.

Da aber die hier vorgetragene Dinge auf eine Art behandelt werden müssen, die etwas mehr Kenntniß voraussetzt, als sie

bey

bey einem jeden Visier verlangt werden mag, und doch sind es diese einzig, die Nutzen über das Ganze aus einer verbesserten Visier-Methode verbreiten können! so habe ich mich entschlossen, dieser Abhandlung noch einen Beytrag beyzufügen, in welchem ich einzig und allein, die practischen Vorschriften gebe, wie sich ein Visier in seinem Amte zu verhalten hat.

Weil dann nun unter den Corps dieser Herren gewiß nicht lauter solche sind, welche die höhere Geometrie zu ihrem Lieblings-Studium machen, und solche sich daher meistens begnügen, eine Sache blos auszuüben, ohne gerade sie selbst in ihrem ganzen Umfang zu kennen, oder die Gründe, worauf sie beruht, zu wissen; so hielte ich es für dienlich, in diesem Beytrag einzig die Regeln anzugeben, nach welcher dieser oder jener Körper berechnet werden

soll,

soll, anzusetzen, und mit Exempeln zu erläutern.

Hiezu schienen mir auch, um auf den nächsten Weg zu seinem Vorsatz zu gelangen, die verdeutschten Analytischen Stereometrischen Formeln die schicklichsten zu seyn: wobey ich ausserdem auch noch auf die Construction solcher Formeln Bedacht nehme, nach welchen sich Körper von besonderer Figur berechnen lassen, die aber nichts desto weniger in seinem Geschäfte öfters vorkommen können. Hieher rechne ich die Berechnung der Kornmaaße, Bräu-Kessel, Grande und überhaupt solche Geschirre die beym Bierbrauen, Brandwein-Brennen und Farbhäusern gebraucht werden.

Da auch die Erkenntniß der Figur solcher Körper ihrer Berechnung voran gehet, so wählte ich ein mechanisches Verfahren, durch welches man sich sehr leicht überzeugen

gen kann, nach welcher von den gewöhnlichsten krummen Linien, ein Körper ausgetieft seyn möge; indem ich zeige, wie die Modelle für circularisch, elliptisch, parabolisch und hyperbolisch geformte Körper aufgerissen werden können.

Bey Berechnung solcher Körper, die in mehrere andere zerschnitten werden müssen, schien mir auch die Guldinische Regel die anwendbarste zu seyn. Deswegen zeigte ich auch die Cubatur einiger Körper, die durch die Umdrehung ihres senkrechten Flächen-Schnitts um ihre Axe entstehen können; dergleichen sind besonders die beym Brandweinbrennen vorkommende Geschirre.

Um ausserdem einem Visier alle Bequemlichkeit bey dem Gebrauche dieses Beytrags zu verschaffen, habe ich demselben die nöthigsten Tabellen einverleibt, nach welchen alle hier vorkommende Rechnungen ungemein

gemein erleichtert werden. Der Beytrag führt den Titel:

Practische Anweisung allerley Arten von Bräu-, Brenn- und Farb-Gefäßen, so wie runde, ovale, Ey- und Polygonal-Fäßer zu visieren,

und ist übrigens so eingerichtet, daß er auch von solchen Personen, deren Sache jene Abhandlung von Fäßern selbst nicht ist, separat angeschafft und benutzt werden mag, welches hiermit kürzlich bemerken wollte.

Altdorf, den 1. Jan. 1794.

J. L. Späth.

In-

Inhalts-Anzeige.

Einleitung 1
Unterscheidungs-Zeichen der Fäßer 3
Werkzeuge, mit welchen den Faß-Dauben ihre Figur gegeben wird 5
Füg-Bank 5
Stich-Model 6
Vierspitziger Cirkel 8
Gebrauch dieser Werkzeuge 8
Die Senkung 11
Vergleichung der runden Fäßer nach ihren Spitzungen 15
Der Faß-Stich 17
Wölbungen der Fäßer 18
Figur runder Fäßer 19
Gleichung für die Faß-Linie 25
Durchmessere des rundes Faßes in Fußen und Stichen 28
Aehnliche und gleiche runde Fäßer . . . 30
Faß-Linie für gegebene Ordinaten und Abscissen 31

Gattungen der Fäßer 35
Fäßer von möglichst größter Wölbung . . . 38
. . . . kleinster 41
Mögliche Stich-Zahlen runder Fäßer . . 42
Mögliche Fundamental-Verhältniße . . . 44
Kennzeichen des runden Stück-Faßes . . . 46
Abweichung der Fäßer von Handwerks-Regeln 48
Interpolation dieser Abweichungen . . . 49
Höhe des runden Faßes 51
Tangenten-Winkel 52
Unterschied zwischen der Höhe und Länge . . 54
Visier-Linie und Köpfe des Faßes . . . 55
Visier-Winkel 60
Wendungs-Punct 60
Krümmungs-Halbmesser 62
Ausdehnung des ganzen Faß-Körpers von aussen . 66
Segment desselben 72
Abweichung der äussern von der innern Figur des Faßes 78
Bisher bekannte Faß-Formeln für seinen Inhalt 81
Bemerkungen über diese Formeln 88
Die Spund-Tiefe des Faßes ist zufällig . . 90
Die Wein-Länge ist für das nemliche Faß eine verschiedene, ... 92
Deswegen gibt der Quotient aus dem Unterschied der Spund-Tiefe und Boden-Weite durch die

Wein-

Wein-Länge des Faßes kein sicheres Unterscheidungs-Zeichen für runde Fäßer ab . . 93
Eigenschaften, nothwendige, einer Faß-Formel . 96
Construction derselben 97
Allgemeine Faß-Formel für den Inhalt des runden Faßes 110
Die Figur des runden Faßes von aussen ist conchoidisch, wenn seine Dauben regulair gefügt werden 117
Abweinung des runden Faßes 118
Cirkel-Schnitz-Tafel 122
Werkzeuge zum Fäßer-Visieren 131
Landüblicher Fuß 132
Inhalt eines Aymers 134
Cubischer Visier-Stab 135
Ein anderer Cubischer Stab 137
Cubischer Visier-Stab nach Pfunden . . 140
Cylindrischer Visier-Stab 142
Cubischer Diagonal-Stab 144
Der Visier-Riemen 147
Bemerkungen über Cubische Stäbe . . 148
. . . . über den Cubischen Diagonal-Stab 158
Vom Tief-Stab 163
Abrunde Fäßer 169
Oval-Faß 170
Spitzung 172

Durch-

Durchschnitte 174
Erkenntniß seiner Dauben-Stiche . . . 176
Inhalt 179
Practisches Verfahren 187
Ein Ey-Faß 189
Eigenschaften des verkürzten Eyes 190
Das gezogene Ey 192
Unterscheidungs-Zeichen der gezogenen Ey-Fäßer 196
Faß-Formel für Ey-Fäßer 199

Einleitung.

Ich habe mir vorgenommen, Untersuchungen über die Figur und Gattungen der Fäßer anzustellen, und aus denselben Regeln herzuleiten, nach welchen der Inhalt eines jeden Faßes auf die möglichst einfachste und zuverläßigste Art gefunden werden möchte. Letzteres begreift man gemeiniglich unter dem Nahmen der Visier-Kunst, die einen sich blos auf Fäßer beschränkenden Theil der Pythometrie ausmacht. Ich habe, was diese lezten Untersuchungen anbelangt, bereits viele Vorgänger, worunter sich wirklich Männer befinden, deren Bemühungen um die Visier-Kunst mit dem grösten Danke zu erkennen sind. Es läßt sich auch leicht denken, daß die Ausfindung des Inhalts eines Faßes, als eines so allgemein brauchbaren Gefäßes, schon für die ältesten Geometer einen Gegenstand der Betrachtung möchte abgegeben haben; allein man muß aus gutem Grunde schließen, daß diese in diesem Fache es entweder sehr weit möchten gebracht haben, oder es müßten die vorzüglichern Regeln derselben nicht bis auf uns gekommen seyn: denn noch im 16 Jahrhundert, und zu Anfang des 17ten Jahrhunderts bemüheten sich unter uns Orontius Finäus, Jacob Röbel, Erhard Helm, Simon Jacob, Andreas Helmreich, Moritz Johnsen, Georg Friedrich Mayer, Regeln für das Visieren der Fäßer zu geben,

welche

welche sie als Cylinder betrachteten, deren Länge der innern Länge des Faßes und dessen Durchmesser dem Arithmetischen Mittel zwischen der Boden- und Bauchweite desselben gleich ist. Diese irrige Regel verbesserten zwar Hartmann Beyer, Clavius, Keppler, welche das Faß als einen doppelten, gestützten, geraden Kegel zu berechnen vorschlugen; aber erst in dem letzten Viertel des 17ten Jahrhunderts machte Caswell die erste Anwendung von der Parabolischen und Elliptischen Linie auf die Krümmung der Faßdauben.

So wie aber unser 18tes Jahrhundert eines der wichtigsten für jede Wissenschaft geworden ist, so war es dasselbe auch für die Visier-Kunst nicht weniger. Denn schon im ersten Viertel desselben berechnete Mathias Haase den Inhalt voller und nicht ganz voller runden Fäßer analytisch; und um die Mitte desselben machte sich Lambert die Visier-Kunst zum Gegenstand, und noch in unsern Tagen machen sich Kästner, Pickel, Obereit und einige andere, um diese Wissenschaft äusserst verdient.

Auch haben wir es dem Fleiße und der Geschicklichkeit dieser berühmten Männer zu verdanken, daß wir nunmehr Formeln haben, nach welchen wir den Inhalt runder Fäßer berechnen können, die sich auf Elliptische, Cirkularische, Parabolische, Visierlinische, Hyperbolische, Conchoidische Linien bringen lassen. Allein so vortreflich auch diese Formeln sind, so scheinet mir noch ein sehr wesentliches Stück bey dem Gebrauche derselben abzugehen; und dieses ist die Ausfindung der Merkmale an einem Faße, durch welche sich eines von dem andern unterscheidet; und dieses ist es, was ich mir in gegenwärtiger Abhandlung vorzüglich zu meinem Gesichtspunct gewählt habe.

Mir

Mir ist nicht bekannt, ob irgend jemand über diese Materie bereits etwas geschrieben habe; um so viel mehr aber werde ich mich bemühen, dieselbe so zu bearbeiten, daß nach meiner Absicht die Visier-Kunst von derselben einen wesentlichen Vortheil erlangen möchte, wenn ich auch nicht so glücklich seyn sollte, jene Lücke gänzlich auszufüllen, welche bisher ihrer gänzlichen Vervollkommnung im Wege war. Ich werde mich übrigens hiebey ganz auf die Erfahrung berufen, die ich mir, was die Construction der Fäßer anbelangt, durch vieljährigen Umgang mit geschickten Küfer-Meistern erworben und die Schlüsse anzeigen, welche ich mir aus derselben sowohl in Absicht auf die allgemeinen und besondern Merkmale, durch welche Fäßer von einander unterschieden werden mögen, als auch auf die Figur jedes einzelnen nach diesen Regeln construirten Faßes, abgenommen habe.

Ich fange mit den allgemeinen **Merkmalen** an und verstehe unter denselben diejenigen, welche wir aus der blosen Anschauung an Fäßern durch die Vergleichung entdecken können, ohne noch der Handwerks-Regeln kundig zu seyn, nach welchen die Fäßer verfertiget werden. Hierunter zähle ich folgende:

§. 1.

A. Unterscheidungszeichen der Fäßer.

1. Ein jedes Faß ist aus Dauben (man findet öfters auch geschrieben Tauben, Dauben, Daufeln, Taufeln) zusammengesetzt, deren Breite in ihrer Mitte anders als an ihren Enden ist, die aber alle durch hölzerne oder metallene Reife zusammen gehalten, den Faßkörper bilden.

 2) Ist

2. Ist das Verhältnis der Breite der Dauben in ihrer Mitte und an ihren Enden, bey allen Dauben des Faßes ein und eben daßelbe, so ist der Faßkörper cirkelrund; ist dieses aber nicht, so ist derselbe abrund.

3. Je größer der Unterschied der Breite der Dauben eines Faßes in ihrer Mitte und an ihren Enden ist, um so mehr bauchichter ist das Faß; das ist in der Sprache der Küfer (Faßbinder, Bötticher, Büttner): je größer die Spitzung der Dauben, um so viel gewölbter ist das Faß.

4. Es ist ein großer Unterschied in Ansehung des Verhältnißes der Länge der Dauben eines Faßes zu seiner Weite an den Enden derselben, das ist: das Verhältnis der Weite eines Faßes an seinen Köpfen zu seiner Länge ist nicht aller Orten einerley.

5. Unter zwey Fäßern, deren Dauben einerley Spitzung (3) haben, ist dasjenige gewölbter, bey welchem das Verhältnis seiner Länge zu seiner Weite an den Köpfen (4) größer als bey dem andern ist.

6. Bey einigen Fäßern sind beyde Böden, bey einigen auch nur ein Boden, von außen etwas eingetieft, und diese haben zwey längste und zwey kürzeste Dauben; das ist: Bey einigen Fäßern haben die Böden eine Senkung, andere sind ohne Senkung.

7. Bey Fäßern, die gesenkte Böden haben, sind deswegen die Spund- und die ihr gegenüber stehende Lager-Daube die kürzesten; die Seiten-Dauben aber die längsten.

B. Eini-

B. Einige Werkzeuge, mit welchen insbesondere der Daube ihre Figur gegeben wird.

Nachdem ich die allgemeinen Unterscheidungszeichen der Fäßer angeführt habe, so will ich nunmehr auch noch einige Werkzeuge der Küfer beschreiben, deren sie sich bedienen, einer Daube ihre Figur zu geben.

a. Die Füg-Bank.

Unter diesen Werkzeugen sind die Füg-Bank, und der Stich-Model, oder auch der vierspitzige Cirkel die vorzüglichsten.

Erstere besteht aus einem hölzernen Parallelopipedon, das in seiner Mitte nach Art eines Hobels, dessen sich die Zimmerleute bedienen, durchgestochen, und mit einem scharfen Hobel-Eisen versehen ist. Die Breiten-Ebene dieser Füg-Bank ist gerade; ihrer Länge nach aber ist dieselbe nach einem sehr großen Radio hohl gekrümmt, so daß ihre Ebene ganz gerade zu seyn scheint; das Eisen macht mit der Tangente der Ebene der Füg-Bank einen bestimmten Winkel, der durch die Erfahrung gefunden werden muß. Eine solche Bank heißt daher auch eine Hohl-Bank, und wird insbesondere zu Fügung großer Dauben gebraucht. Kleinere können auch auf einer Bank gefügt werden, deren Ebene fast durchaus gerade ist. Deswegen gehört auch eine gute Fügbank unter die Zierden der Werkstätte eines Küfermeisters; und ihre Abrichtung ist nicht die Sache jedes Küfers. Deswegen legen sich einige insbesondere auf die Abrichtung der Fügbänke, und sind deswegen eigentlich bey ihrem Handwerk das, was sonst die Mühlärzte bey Mühlen sind.

b. Der Stich-Model.

Außer der Fügbank ist auch der Stich-Model für den Küfer ein sehr brauchbares Werkzeug. Er besteht nach Fig. 1. aus einem Stück harten Holz, ABDF, das nach einem gewißen Halbmesser abgerundet, und mit dem rechtwinklichten Ansatz ADhq versehen ist. Auf der obern Seite ist es glatt abgehobelt und in gewiße Theile abgetheilt.

Mit dieser Eintheilung aber hat es folgende Bewandnis:

I. Will der Küfer einen Stich-Model zu einem Faß machen, das er nach demselben aufsetzen soll, so reißt er mit dem halben Bauchdurchmesser, welchen das Faß in seinem Spund bekommt, und den er aus der gegebenen Anzahl der Aymer, die es halten soll, aus seinen Handwerks-Regeln weiß, den Bogen EF seines Stich-Models, und zieht mit diesem andere Bögen auf demselben parallel:

1. Er wählet auf dem Bogen EF den Punct q, und sezt aus demselben die Linie hq senkrecht auf den Bogen EF; macht auch EF ungefähr so groß, daß der Bogen EF des Models noch um einige Zoll breiter als die breiteste Daube des Faßes ist, welche zu demselben genommen werden mag.

2. Soll nun z. E. das Faß auf 5 Stiche aufgesetzt werden, so trägt er mit einer beliebigen Cirkel-Oefnung aus dem Punct a des Bogens ag fünf gleiche Theile, oder sogenannte Stiche, bis nach f, so daß also der Bogen af in fünf gleiche Theile abgetheilt ist, von welchen fe den letzten Stich vorstellt, und auf den Model durch die Linie fp „ en aufgerißen wird.

3. Die-

3. Diesen gegebenen Bogen a c theilt der Küfer abermals in fünf gleiche Theile, und es ist von dieser Theilung der letzte Stich dem Theil c d gleich. Dieser wird abermals auf den Model gerißen, und nun der Bogen a d neuerdings in fünf Stiche abgetheilt, und mit diesem Abtheilen so lange fortgefahren, bis man endlich auf einen Bogen a b kommt, der kleiner ist, als die schmalste Daube, die zu dem aufzusetzenden Faß genommen werden mag. Ein solcher Model heißt nun ein Model

auf fünf Stich.

Eben so verfährt der Meister auch bey Eintheilung eines Stich-Models von 4 oder 6 Stichen; oder überhaupt von z Stichen.

II. Auch wird die Größe dieser Stiche auf dem Model nach folgendem Gesetz abzunehmen seyn.

Es bezeichne der Buchstabe a den gegebenen Bogen a f, auf welchem ein Model von z Stichen aufgerißen werden soll; so ist nach der

Isten Operation ein Stich gleich $a : z$

II. — — — — $\frac{a}{z^2} \cdot (z-1)$

III. — — — — $\frac{a}{z^3} \cdot (z-1)^2$

IV. — — — — $\frac{a}{z^4} \cdot (z-1)^3$

n. — — — — $\frac{a}{z^n} \cdot (z-1)^{n-1}$

III. Zuletzt trägt der Meister auf seinen Stich-Model auch noch Theile eines Stiches auf. Er halbi-

halbiret nemlich den ersten Stich e f in x, den andern Stich e k in y, und so fort; und theilet jede Hälfte neuerdings in 2 gleiche Theile, höchstens aber in 4 Theile. Diese Theile des Stiches werden auf dem Stich-Model nicht so weit ausgerißen als die ganzen Stiche. Denn wenn z. E. die ganzen Stiche bis auf die Mittel-Linie oder dritte concentrische Linie des Models eingerißen sind, so werden die halben Stiche nur auf die 2te; und die Viertel-Stiche nur bis an die erste dieser Linien eingerißen, damit bey dem Gebrauche des Models keine Irrung entstehen möge.

Dergleichen Stich-Model muß nun der Küfer von verschiedenen Halbmessern und Stichen in ziemlicher Anzahl vorräthig haben, nach Beschaffenheit der Größe und Wölbung der Fäßer, die seines Orts üblich sind.

c. Der vierspitzige Cirkel.

Statt der Stich-Model bedienen sich auch einige Meister eines vierspitzigen Cirkels, dessen Beine in einer Bixe geschoben werden können; ja einige, welche sich einen dergleichen Cirkel nicht anschaffen wollen, lassen sich einen hölzernen Cirkel mit vier Spitzen von weichem Eisen machen, und klopfen dieselben jedesmal in solche Richtung, welche sie zu ihrer Absicht nöthig haben.

C. Gebrauch dieser Werkzeuge.

a. Nachdeme der Küfer der Daube ihre erforderliche Länge gegeben, nimmt er unter seinen Stich-Modeln einen zur Hand, dessen Halbmesser gerade so groß ist als die halbe Weite des Faßes, welches er verfertigen will, und rundet vermittelst des Schneid-Messers die Breiten-Ebene der Daube so weit ab,

daß

daß die Daube von innen und außen ungefehr die Krümmung des Stich-Models oder der Lehre hat.

Er nimmt ferner die Mittel-Linie der Daube ihrer Länge nach, nach dem Augenmaaße ab, oder er ziehet dieselbe vermittelst der Schnur, und bringt diese also zugerichtete Daube auf die Fügbank.

Hat nun die Daube in ihrer Mitte, wenn er sie auf den Stich-Model Fig. 1. legt, die Breite qp, also z Stiche B. b.; so stößt er auf der Fügbank nach und nach gegen die Enden oder Köpfe der Daube zu, weg, daß die Daube an ihren beyden Enden Fig. 2. die Breite $qn = z - 1$ Stiche bekommt.

Bey dieser Fügung der Daube trägt nun der Küfer auf folgende Stücke an:

1. Daß er auf beyden Seiten der Mittel-Linie tv der Daube gleichviel wegstoße.

2. Daß die scharfe Seite derselben, oder ihre Kannte senkrecht steht auf der Krümmungs-Ebene der Daube; das ist: daß die scharfe Seiten der Dauben, wenn sie auf den Model Fig. 1. gelegt wird, genau an dem Ansatz qh anpassen.

3. Trägt der Küfer darauf an, die Dauben so zu fügen, daß die Kannten derselben gegen die Mitte $\alpha\beta$, das ist, am Halse etwas sehr weniges hohl werden, damit sich das Faß desto schöner im Binden darstelle.

b. Hat der Küfer keinen eingetheilten Stich-Model, so zieht er auf ein beliebiges Brett eine gerade Linie, und theilt dieselbe in (z) gleiche Theile. Nun nimmt er seinen vierspitzigen Cirkel, und stellet denselben so,

daß wenn die einen 2 Spitzen A desselben auf z Theile gestellt sind, die andern 2 Spitzen B genau z — 1 Theile dieser Linie fassen, wenn er den Cirkel umkehrt.

Zuletzt nimmt er mit den Spitzen A des auf diese Art gestellten Cirkels, die halbe Dauben-Breite qw = pw, und sticht aus den Puncten t und v die Puncte n und q auf die Daube mit der Weite der Spitzen B; füg' nun an der Daube so lange, bis das Eisen der Fügebank die Puncte n,,q, p,,q, n,,q, zur Hälfte wegnimmt, so ist die Daube bis zu Einreißung des Zargen-Schnitts- oder der Gargel, in welche der Faßboden kommt, fertig. Uebrigens ist in Fig. 2. der Unterschied

$pq - nq = qs + nh = (z - 1)$. Stich auf dem Model,

es mag z eine ganze oder gebrochene Zahl seyn. Dieser Unterschied heist die Spitzung der Daube (A. 3), und das Faß, dessen Dauben in z Stiche gefügt sind, bekommt dahero den eigenen Namen,

ein Faß von z Stichen.

c. Will nun der Küfer ein rundes Faß machen, so fügt er so viel Dauben als er glaubt darzu nöthig zu haben, alle in z Stiche; setzt dieselben um einen Reif, den Setz- oder Spann-Reif oder auch um eine Scheibe, den Setzboden, herum; legt ein Seil um die Hälse, der um den Spann-Reif gestellten Dauben, und zieht dasselbe vermittelst des Schrauben-Zugs stark an.

Sind die Dauben sehr lang, so läßt sich auf diese Art dem Faße seine Figur geben: sind aber die Dauben kurz, so stellt der Küfer die Dauben in einen Reif hinein; zieht dieselbe mit dem Zug zusammen

und

und befeuchtet sie, da er mitlerweile ein mäßiges Feuer in dem zu bildenden Faß-Körper angelegt hat.

So wie nun die Dauben durch das Feuer und den Zug einander an ihren Köpfen immer näher kommen, so treibt der Küfer nach und nach einige Reife an, und fährt damit so lange fort, bis die Dauben unter einander an ihren Kannten sich durchaus berühren, und also das Faß ECDF Fig. 3. vollkommen gebunden ist.

d. Durch diese Operation hat sich also die Mittel-Linie tv jeder Daube nqn Fig. 2. in die krumme Linie EAC Fig. 3. gezogen, welche die Wölbung des Faßes abgibt.

An diesem Faß heißt nun die Linie MN die Axe, EAC die Länge des Faßes.

Die Linie AB die äußere Bauch-Weite oder Spund-Durchmesser.

Die Linie EF die äußere Weite des Faßes an seinen Fröschen oder Köpfen; und PQ die Weite am Hals; Ak die halbe Spitzung; Ak + LB die Spitzung des Faßes.

Auch muß nach Handwerks-Regeln, wenn das Faß aufs fleißigste gefügt ist, und alle seine Theile nach der Regel gebaut sind, die Linie EF gerade z — 1 Stiche halten, wenn die Linie AB gerade z Stiche mißt.

d. Die Senkung.

Unter der Senkung (A. 6) verstehen die Küfer eine gewiße Wölbung der Faßböden gegen die innere Seite des Faßes. Sie ist jederzeit circularisch, wenn

wenn der Küfer dieselbe nach der Regel verfertiget, und gehört einem Halbmesser von 30 bis 40 Fuß zu. In diesem Falle bedient er sich zu Verfertigung der Böden eines dem Stich-Model Fig. 1. ähnlichen Lehrbogens, dessen Halbmesser zwischen diese angegebene Gränzen fällt. Er fügt nemlich die Bretter, aus welchen er den Boden zusammensetzen will, nach diesem Lehrbogen, daß die scharfe Kannten derselben senkrecht auf dessen Tangente stehen, und befestiget sie aneinander durch eingebohrte hölzerne Zapfen oder Dibeln. Nachgehends wird dem Boden seine Zargen-Figur gegeben, die entweder Cirkelrund, oder Oval und Eyförmig ist, und derselbe an seiner innern Seite gegen seinen Rand zu etwas scharf zugehauen.

Es stelle nun Fig. 6. den gesenkten Boden eines Faßes vor. Bey diesem ist also der Bogen ADB sein Lehrbogen, und CD = KM ist die gröste Tiefe der Senkung; also die Linie Mo gerade; nicht parabolisch, wie sie Hr. Lambert in seinen Beyträgen annimmt. Ich nehme ferner hier den Boden eliptisch an, und setze seine halbe

lange Axe KC = a	FN = η.	2a = α
kurze . . AC = b.	AF = x	
CD = k.	FE = z	

Auch sey der Durchmesser des Lehrbogens ADB gleich δ; so ist nun einmal die Fläche

$$PFNE = \eta . z,$$

wird diese mit dem Increment dx der Abscisse x multiplicirt, so entsteht hieraus ein Ausdruck für das Element des Körpers APF. Nun ist aber

$$\int . \eta dx = \frac{a}{b} \int dx . \sqrt{(\alpha x - x^2)}; \text{ oder}$$

APF

$$APF = \frac{a}{b}\left[\frac{2}{3}\alpha^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{5\alpha^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{\frac{7}{2}}}{28.\alpha^{\frac{3}{2}}} - \frac{x^{\frac{9}{2}}}{72\alpha^{\frac{5}{2}}}\ \text{etc.}\right]$$

Auch ist in dem Bogen ADB,

$$AF : FE = FE + \delta - 2DC : FB;$$

$$x : \ z = \ z + \delta - 2k \ : 2b - x.$$

Hieraus ergibt sich

$$z = -\tfrac{1}{2}(\delta - 2k) \pm \sqrt{}\left[x.(2b - x) + \tfrac{1}{4}(\delta - 2k)^2\right].$$

Demnach ist der Inhalt des Stücks APFN der Senkung, gleich

$$-\tfrac{1}{2}(\delta - 2k) \pm \sqrt{}\left[x(2b - x) + \tfrac{1}{4}(\delta - 2k)^2\right] \frac{b}{a}\left[\frac{2}{3}\alpha^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{5}{2}}}{5\alpha^{\frac{1}{2}}}\ \text{etc.}\right]$$

Setzt man in diesem Ausdruck $a = b$, so gehört derselbe dem runden Faß zu, und es gehet in demselben für $x = \frac{1}{2}\alpha = a$, das z in k über; und es ist diesem zufolge der Inhalt der ganzen Senkung gleich

$$4k.\alpha^2.\sqrt{}\tfrac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5 \cdot 4} - \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{9 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 4}\ \text{etc.}\right)$$

Um nun diesen gesenkten Boden in die Dauben einzupassen, wird gleich anfänglich der Antrag bey Verfertigung der Dauben gemacht. Der Küfer sucht sich nemlich aus den Dauben zwey heraus, welche er zu der Spund-Daube und der ihr gerade gegenüber stehenden Lager-Daube nehmen will, und reißt in dieselbe in gehörigem Abstand die Zarge, oder Gargel oder Kym, vermittelst des Zarg-Hobels oder Raum-Zahns ein. Dieser Abstand sey z. E. 7′ „ 2″.

Wenn er nun weiß, daß bey einem Boden von 4 Fuß und seinem Senkungs-Lehrbogen diese Senkung gera-

gerade ein Zoll betrage, so reißt er in die zwey Seiten-Dauben, welche rechtwinklicht auf die Ebene durch die Lager- und Spund-Daube stehen, die Zargen in einer Entfernung von 7′ „ 4″; oder wenn nur ein Boden gesenkt wird, in einer Entfernung von 7′ „ 3″; ein. Sind nun von der Spund-Daube bis zur Seiten-Daube in allem 8 Dauben, so theilt er diese 2 Zoll Senkung auf diese ein, und gibt also jeder zu beyden Seiten der Spund- und Lager-Daube folgenden Daube ¼ Zoll in der Zargen-Entfernung zu, wobey ihm die Erfahrung gut zu statten kommt. Sollen nun die Köpfe oder Frösche der Dauben 4 Zoll seyn, so wird jede Daube über der Zarge 4 Zoll weit hinaus abgeschnitten, daß also auf diese Art die Spund- und Lager-Daube die kürzeste, die beyden Seiten-Dauben aber die längsten sind.

Zuletzt wird nach der in C. c. erzählten Operation an den Dauben noch etwas nachgeholfen, das ist, die Dauben verputzt, und die in dieselbe etwas eingerissene Zargen mit dem Raum-Zahn vollends ausgeräumt, so daß die Dauben an ihren Köpfen eine krumme Linie bilden, welche sie bilden würden, wenn man in der Ebene der Spund- und Lager-Daube, einen Cylinder von 30 bis 40 Fuß Halbmesser senkrecht auf die Axe des Faßes, in die Dauben um die Senkungs-Tiefe eingepaßt hätte. Mit dieser krummen Linie ist also die Zargen-Ebene der Dauben gleichlaufend; folglich ist die Concavität des Bodens z. E. bey einem ovalen Faß gerade so beschaffen, als wenn jener Cylinder in ein ovales Brett, das gleiche Dimensionen mit diesem Boden hat, nach der Richtung der langen Axe so weit eingelassen würde, bis er die äußersten Gränzen der kürzern Axe berühret.

Uebri-

Uebrigens behaupten die Küfer, daß ein Faß mit gesenkten Böden in sich selber weit fester zusammen halte als ein nicht gesenktes; weil bey dem erstern die Dauben durch den Druck des Flüßigen in dem Faße beständig in Spannung erhalten werden, wenn das Faß auf seinen beyden Seiten-Dauben aufgerichtet stehet. Auch leiden die Böden keinen so gewaltsamen Druck von dem Flüßigen; weil dieses bey dem von innen gewölbten Boden nun auf die gerade, durch die Mitte der Spund- und Lager-Daube gezogene Linie desselben senkrecht drücken kann. Es ist daher bey dem ganzen Handwerk die Regel allgemein: ein jedes Stand-Faß soll wenigstens einen gesenkten Boden haben!

§. 2.

Vergleichung der runden Fäßer nach ihren Spitzungen.

I. Aus den bereits in §. 1. angeführten Erfahrungsmaximen lassen sich nun einige Regeln herleiten, nach welchen runde Fäßer in Absicht einiger wesentlichen Theile, von welchen ihre Wölbung abhängt, unter einander verglichen werden mögen. Weil nun diese Wölbung von der Stichzahl des Faßes abhängt, so will ich zuerst über die Stiche selbst noch einiges bemerken.

Ich nehme nemlich indessen den Bogen af Fig. 1. des Stich-Models für die Einheit selbst an, und vergleiche mit derselben sowohl die Bögen ae, ax, an, at, als die Stiche fe, ek, ku, ut.

Es ist nemlich nach §. 1. B. b., für $af = 1$,

$$ef = \frac{1}{z}\ ;\ ae = 1 - \frac{1}{z} = \frac{z-1}{z}.$$

ek

$$ek = \frac{1}{z} ea = \frac{1}{z}(af - ef) = \frac{1}{z^2}.(z-1)$$

$$ku = \frac{1}{z} ka = \frac{1}{n}(af - (ef + ek)) = \frac{1}{z^3}.(z-1)^2$$

$$ut = \frac{1}{z} ua = \frac{1}{z}(af - (ef + ek + ku)) = \frac{1}{z^4}(z-1)^3$$

folglich ist die Größe des Stichs, welchen man nach (q)maliger Wiederholung der Operation §. 1. B. b. I, bekommt, gleich

$$\frac{1}{z^q}.(z-1)^{q-1}$$

Wäre nun die Breite pq der Daube Fig. 2. in ihrer Mitte gleich dem Bogen au des Stich-Models Fig. 1., so wäre diesem zufolge ihre Spitzung

$$hn + qs = \frac{1}{z^4}(z-1)^3. \text{ §. 1. C. b.;}$$

und es verhält sich ihre Breite in der Mitte zu ihrer Breite am Kopf, wie

$$au : at = \left(\frac{z-1}{z}\right)^3 : \left(\frac{z-1}{z}\right)^4 = 1 : \frac{z-1}{z}.$$

II. Wir wollen ferner annehmen, es sey der Bogen au des Stich-Models Fig. 1. in dem Umfang des Faßes ECDF Fig. 3. durch seinen Spund-Durchmesser AB, gerade (p)mal enthalten; so ist also der Umfang dieses Fasses durch seinen Spund gleich

$$\pi . AB = p.(z-1)^3 : z^3.$$

Weil nun in dem Augenblick, da das Faß nach §. 1. C. c. seine Figur bekommt, die Spickel Lpn Fig. 2. zwischen jedem Paar Dauben gleich Null werden, so wird der Umfang des Faßes an den Köpfen seyn, gleich $\pi . EF = p.(z-1)^4 : z^4.$

das

das ist: es wird sich verhalten

$$AB : EF = z : z-1;$$ nach §. 1. C. d.

Der Faß-Stich.

III. Theilet man den Durchmesser AB in z gleiche Theile oder Faß-Stiche; so ist nach Handwerks-Regeln die Größe eines Faß-Stiches nach Fußen, gleich $AB : z$.

Es bezeichnen nun ein für allemal die Buchstaben, A den Durchmesser AB, B die Länge EAC der kürzesten Daube eines Faßes; so wird seyn ein Faß-Stich $= A : z = \alpha$.

IV. Hat AB zu seinem Maase z Stiche; so hat nach (II.) EF gerade $(z-1)$ Stiche. Nun ist aber Fig. 3.

$$AB - EF = (z-(z-1)) \text{ Stiche} = Ak + LB;$$

und nach pag. 11. d. heißt $Ak + LB$ die Spitzung des Faßes; folglich ist die Spitzung des Faßes jedesmal gleich einem Theil von den z Theilen der äußern Bauch-Weite AB; oder der Unterschied zwischen dem Bauch-Durchmesser und Kopf-Weite gleich einem Faß-Stich.

V. Nun sey das Faß von dem Küfer dergestalt aufgesetzt worden, daß sich die Länge seiner kürzesten Daube zu seiner Weite an den Köpfen verhalte wie $\mu : \nu$; das ist: es seye $EF : EAC = \nu : \mu$; Fig. 3;

so ist einmal $EF = \frac{\nu}{\mu} EAC = \frac{\nu}{\mu} B = (z-1)\alpha$, nach (II.)

Hieraus ergibt sich $B = \frac{\mu}{\nu}(z-1) . \alpha$.

Es ist ferner auch aus dieser Gleichung

ein Faß-Stich $= \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . B = \frac{A}{z}$ (III.); und hieraus

die Stich-Zahl $z = \frac{\mu A}{\mu A - \nu B} = \frac{A}{A - \frac{\nu}{\mu} B} = \frac{AB}{AB - EF}$.

VI. Nehmen wir nun zwey Fäßer M und N, von y und z Stichen an, deren kürzeste Dauben sich zu ihrer Weite an den Köpfen verhalten wie m : n und $\mu : \nu$; so werden die Spitzungen dieser Fäßer folgendergestalt neben einander stehen:

Faß M Spitzung	Faß N. Spitzung.
$\frac{n}{m} \frac{1}{y-1} . B$	$\frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . B$.

Wölbungen der Fäßer.

VII. Aus der Vergleichung dieser Spitzungen unter einander lassen sich nun Schlüsse auf die Wölbung eines Faßes ziehen, die jederzeit mit der Spitzung desselben zusammenhängt.

Es heiße nun ein für allemal das Verhältnis der kürzesten Daube eines Faßes zu seiner Weite an den Köpfen das Fundamental-Verhältnis, nach welchem das Faß aufgesetzt ist.

Auch seyen ferner die Längen der kürzesten Dauben zweyer Fäßer (M) und (N) einander gleich; so wird

die Wölbung des Faßes (M)	größer seyn als	die Wölbung des Faßes (N)
wenn $\frac{n}{m} \frac{1}{y-1} > \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1}$ ist.		

Sind

Sind die Spitzungen dieser Fäßer einander gleich, so muß seyn

$$\frac{n}{m} : \frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{z-1} : \frac{1}{y-1} = y-1 : z-1;$$

das ist: es müßten sich in diesem Falle verhalten die Fundamental-Verhältnisse der Fäßer, wie die um die Einheit verminderte Stich-Zahlen, auf welche dieselben aufgesetzt sind; oder es ist

$$y = \frac{n}{m} \frac{\mu}{\nu} (z-1) + 1.$$

Wäre z. E. $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$; $\frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{2}$; $z = 5$ Stich; so ist $y = 6\frac{1}{3}$ Stich.

Zwey gleich lange Fäßer M und N, die auf das Fundamental-Verhältnis $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ aufgesetzt sind, haben also an ihren Spunden einerley Wölbung, wenn das eine auf $6\frac{1}{3}$ Stich, das andere aber auf 5 Stich aufgesetzt ist.

§. 3.

Die Figur runder Fäßer.

Es sey Fig. 4. die Linie ATQ die scharfe Kannte einer geraden um den Setzreif aufrecht stehenden Daube. pag. 10. c. Die Linie AP eine Tangente durch den höchsten Ort der Krümmung der Daube. AH die halbe äussere Bauch-Weite des Faßes, und EM die halbe äussere Weite am Kopf, nach der Vollendung des Faßes.

Nach dieser Voraussetzung ist also der Bogen PQ der halbe Abstand zweyer neben einander stehen-

den Dauben an ihren Köpfen, von der in pag. 10. c. erzählten Operation; und die Spalte PAQ der halbe Spickel zwischen zweyen um den Setz-Reif stehenden Dauben. Wird nun das Seil um den Hals des Faßes gelegt, so wird die geometrische Ausdehnung dieses Spickels immer kleiner, je mehr dasselbe angezogen wird, so daß dieselbe endlich $= 0$ wird, in dem Augenblick, da die äussersten Puncte der Dauben in dem Punct E einander bis zur Berührung genähert worden sind. Während dieser Zeit aber gehen die Puncte T und Q der Kannte der Daube die Wege Tw und QE durch; die Puncte R und P ihrer Tangenten-Linie aber würden in diesem Fall die Wege Rw und PE machen.

Auch würden die Puncte R und P in dem Augenblick, da das Faß seine Figur bekommt, der Axe HM des Faßes um die Linien yw und zE näher gebracht worden seyn, und beständig die Entfernungen ws und EM von der Axe beybehalten, wenn nicht eine äussere Kraft auf die Dauben wirket.

I. Soll also die Figur eines Faßes angegeben werden, so wird es darauf ankommen, das Verhalten der Linien yw und zE für jede Entfernung Aw und AE aufzusuchen; und hiezu schiene mir folgender Weg der einfachste zu seyn.

Es ist nemlich einmal

$$zE = zM - EM = AH - EM.$$

Bezeichnen ferner die Buchstaben α, β, γ die Winkel nEM, EMn, EnM des Dreyecks nEM; und a, c die Weiten zM und EM, so ist einmal

Sin

$$\text{Sin}\ \alpha : \text{Sin}\ \gamma = a : c;\ \text{und}$$

$$c = a\ \text{Sin}\ \gamma : \text{Sin}\ \alpha = nM.$$

Bezeichnet ferner der Buchstabe δ den Winkel zEn, so ist auch

$$\alpha = 180 - \delta;\ \text{und}\ \gamma = 180 - (\alpha + \beta).$$

Werden diese Werthe in obiger Gleichung substituirt, so ist auch

$$c = a\,.\ \text{Sin}\ (\delta - \beta) : \text{Sin}\ \delta;\ \text{und}$$

$$a - c = a\ (1 - \text{Sin}\ (\delta - \beta) : \text{Sin}\ \delta) = zE;$$

oder:

$$zE = 2\,a\,.\ \text{Cos}\ (\delta - \tfrac{1}{2}\beta)\ .\ \text{Sin}\ \tfrac{1}{2}\beta : \text{Sin}\ \delta;$$

wofür man auch setzen kann:

$$zE = 2\,a\,.\left(\frac{\text{Sin}\ \frac{1}{2}\beta\ .\ \text{Cos}\ \frac{1}{2}\beta}{\text{tang}\ \delta} + \text{Sin}\ \tfrac{1}{2}{}^{2}\beta\right).$$

Weil nun der Winkel zMn auch selbst bey einem Faß, das eine große Spitzung hat, niemals groß ist, so kann man auch ohne auffallenden Fehler setzen:

$$zE = \frac{\beta}{\text{tang}\ \delta}\ .\ a.$$

Eben so ist auch

$$yw = \frac{y\delta v}{\text{tang}\ \delta}\ .\ a = \frac{180\ .\ yv}{\pi\ .\ \text{tang}\ \delta}.$$

Endlich ist auch für den Winkel zEk,

$$2\,a\,.\ \text{Sin}\ \beta = 2\,.\,(a - c)\ \text{Sin}\ \delta.$$

Weil der Winkel δ in den meisten Fällen nur wenige Grade hat, so kann man ohne auffallenden Fehler seinen Sinum für seine Tangente nehmen, und es würde deswegen nach dieser Voraussetzung

$$yw = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{a-c}{a} \frac{yv}{\beta}.$$

Weil ferner auch $\beta = \frac{180.}{\pi} \frac{zn}{a}$ ist, so verwandelt sich dieser Ausdruck auch in folgenden

$$yw = \frac{yv}{zn} . zE.$$

Nach dieser Formel gibt sich also die Figur eines Faßes aus der Figur seiner Dauben, und es werden sich die Ordinaten des Faßes finden lassen, so bald das Gesetz bekannt wird, von welchem die Figur der Dauben abhängt.

Um dieses Gesetz zu finden, bemerke ich ferner folgendes:

II. Nun stelle in Fig. 2. der Raum hpn, den Spickel PAQ in Fig. 4. vor; und es sey pw = u, als die halbe Breite einer der Dauben; ferner sey $\delta\alpha$ in Fig. 2. gleich RF in Fig. 4. und y und x bezeichnen ein für allemal die Linien yw und Aw = AR.

So ist nach pag. 15. I. hn = pt = $\frac{1}{z}$u; auch sey $\delta\alpha = \frac{t}{z}$ u; so daß $\delta\alpha$ gleich hn wird, für t = 1.

Weil

Weil ferner nach pag. 17. die halbe Spitzung Ez in Fig 4. gleich ist $\frac{1}{2}\frac{\nu}{\mu}\frac{1}{z-1}.B$; so wird diesem zufolge seyn

$$yw = \frac{\frac{1}{2}\frac{\nu}{\mu}\frac{1}{z-1}.B.\frac{t}{z}u}{\frac{1}{z}u} = \frac{1}{2}\frac{\nu}{\mu}\frac{1}{z-1}.B.t.$$

Nach diesem Ausdruck hängt also die Größe der Ordinate γ, für jede ihr zukommende Absciſſe x ab, ausser dem Fundamental-Verhältnis des Faßes, auch von der Stich-Zahl desselben, und der Figur der Daube an der Stelle T ihrer Kannte Fig. 4.

III. Ueberleget man nun, daß in pag. 9. a. 3. angeführt worden: der Küfer bemühe sich, die Daube nach ihrem Halse zu auf der Füg-Bank etwas hohl zu stoßen; und daß zu diesem Endzweck die Figur der Füg-Bank selbst darnach eingerichtet ist, so wird man auf eine Conchoidische Figur der Faßdauben schließen müssen. Dies veranlaßte mich auch, jene Figur für dieselbe anzunehmen; ich fand aber bald beym Nachrechnen, daß man nicht nöthig habe, hier nach aller Schärfe zu verfahren, da der Küfer unmöglich eine Daube aufs genaueste wie die andere fügen kann, und ausserdem einige Glieder der Conchoidal-Gleichung in diesen Fällen so klein ausfallen, daß sie füglich ausgelassen werden dürfen.

Ich will also diese Krümmung für die Figur der Daube annehmen; und setzen in Fig. 2., $pt = a$; $nn = B$; $\delta p = x$; $\delta\alpha = pu = \varepsilon$; $to = b$; $pw = u$.

So ist nun einmal aus der Natur der Conchoide

$$x^2.(u-\varepsilon)^2 = (b+u-\varepsilon)^2.(2u\varepsilon-\varepsilon^2).$$

Weil aber auch bey einem sehr großen Faß der Werth von u kaum $\frac{1}{2}$ Fuß wird, und ε nicht wohl größer als $\frac{1}{4}$ u angenommen werden kann, so kann man füglich durch Weglassung der Glieder aus den vierten und dritten Potenzialen von ε und u die Gleichung etwas enger zusammen ziehen, ohne daß dadurch die Folgen auf die zu bestimmende Krümmung merklich würden. Man erhält dadurch die einfache Gleichung

$$\varepsilon = u\left(1 - \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b^2 + x^2}\right)}\right).$$

Nun wird aber für $x = \frac{1}{2}B$, auch $\varepsilon = a$; und hieraus

$$b^2 = \frac{(u-a)^2 B^2}{4(2ua - a^2)}$$

folglich durch die Substitution

$$\varepsilon = u.\left[1 - \sqrt[2]{\left(1 - \frac{4a(2u-a)x^2}{(u-a^2B^2 + 42(2u-a)x^2}\right)}\right].$$

Zuletzt ist auch $a = \frac{1}{z}u$ (II.).

Demnach

$$a(2u-a) = \frac{u^2}{z^2}(2z-1);\ (u-a)^2 = \frac{u^2}{z^2}(z-1)^2;$$

demnach auch

$$\varepsilon = u\left[1 - \frac{(z-1)B}{\sqrt[2]{((z-1)^2 B^2 + 4x^2.(2z-1))}}\right].$$

IV. Nach (II.) ist aber auch $\varepsilon = \frac{t}{z}u$.

Setzt

Setzt man beyde Werthe von s einander gleich, so ergibt sich hieraus

$$t = z\left[1 - \frac{(z-1)\,B}{\sqrt[2]{\left((z-1)^2\,B^2 + 4x^2\,.\,(2z-1)\right)}}\right].$$

V. Substituirt man endlich diesen Werth von t in die Gleichung (II.), so ergibt sich hieraus die verlangte Gleichung

$$\eta = \frac{1}{2}\,\frac{\nu}{\mu}\,\frac{z}{z-1}\,.\,B\left[1 - \frac{(z-1)\,B}{\sqrt[2]{\left((z-1)^2\,.\,B^2 + 4x^2(2z-1)\right)}}\right]$$

Nach dieser Gleichung kann man also ein jedes rundes Faß aufreißen, wenn seine Stichzahl und sein Fundamental-Verhältniß gegeben ist.

Man kann ferner auch jene krumme Linie nach derselben ausfinden, die mit der Dauben-Krümmung eines gegebenen Faßes congruirt, und man wird sich dabey überzeugen, daß die Kegelschnitte um so weniger hier Anwendung finden, je kleiner die Stichzahl ist, auf welche ein Faß gefügt ist. Denn bey solchen stark gewölbten Fäßern fällt der Wendungs-Punct der Linie, nach welcher ihre Dauben gekrümmt sind, noch innerhalb ihres Halses gegen die Köpfe zu.

VI. Diese Gleichung bekommt man auch auf folgende Art.

Man nehme an, das Faß N pag. 18. VI. bestehe aus (d) gleichen Dauben.

Nun ist in Fig. 4. $AH = \frac{\nu}{\mu}\,\frac{z}{z-1}\,.\,B$; $EM = \frac{\nu}{\mu}\,B$.

und der Unterschied der Peripherien des Faßes in seiner Mitte und in seinen Köpfen gleich

$$\pi \frac{\nu}{\mu} B \left(\frac{z}{z-1} - 1 \right) = \pi \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . B;$$

folglich die Größe eines halben Spickels

gleich $\frac{1}{2} \pi \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} \frac{B}{d} = PQ = zn$ beynahe.

Werden die Werthe von zn und zε in die Gleichung für yw (I.) substituirt, so ergibt sich

$$yw = \frac{\frac{1}{2} \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . B}{\frac{1}{2} \pi \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . \frac{B}{d}} . \varepsilon;$$

Weil nun

$$\varepsilon = u . \left[1 - \frac{(z-1) B}{\sqrt[2]{((z-1)^2 B^2 + 4x^2 . (2z-1))}} \right];$$

und $u = \frac{1}{2} \pi \frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} . \frac{B}{d}$;

so wird wie vorhin

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} B \left[1 - \frac{(z-1) B}{\sqrt[2]{((z-1)^2 B^2 + 4x^2 (2z-1))}} \right]$$

VII. Setzt man in dieser Gleichung $(z-1) B = k$; so wird auch

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} . B \left[1 - \frac{k}{\sqrt[2]{(k^2 + 4x^2 (2z-1))}} \right].$$

VIII.

VIII. Ist nun das Faß aufs genaueste nach der Regel gebaut, so muß seyn $\frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} B = A$;

folglich ist auch

$$\eta = \frac{1}{2} A \left(1 - \frac{k}{\sqrt[2]{(k^2 + 4x^2 (2z-1))}} \right);$$

Setzt man $\frac{1}{2} \frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} . B = N$; und $4.(2z-1) = M$;

so ist auch

$$\eta = N \left(1 - k : (k^2 + Mx^2)^{-\frac{1}{2}} \right).$$

IX. Aus der oben berechneten Formel lassen sich also die Ordinaten eines jedes runden nach der Regel aufgesetzten Faßes berechnen, nach Theilen jenes Maasstabs, nach welchem man die Abscissen an den Dauben mißt.

Ich will hier ein Faß zum Exempel annehmen, dessen kürzeste Dauben-Länge gerade 8 Fuß, die Weite an den Köpfen 4 Fuß, und seine Stich-Zahl = 5 ist.

Es ist also in der Formel VII.

$$\frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{2}; \quad z = 5; \quad B = 8.$$

Nach diesen Zahlen ergeben sich nun die Ordinaten des Faßes für die Abscissen vom Spund nach dem Kopfe, folgendermaßen:

Abscis-

Abscisse auf der Daube vom Spund nach dem Kopf.	Ordinaten der Dauben nach Fußen.
1 Fuß.	0',02795
2 . .	0',15918
3 . .	0',31778
4 . .	0',50000

Formel für die Durchmesser eines runden Faßes in Fußen.

X. Es lässet sich aus der Formel (VII.) auch eine andere für die Durchmesser des Faßes herleiten.

Es ist nemlich der Halbmesser ws in Fig. 4. gleich

$$\tfrac{1}{2}A. - \tfrac{1}{2}A\left(1 - \frac{k}{\sqrt{k^2 + 4(2z-1)x^2}}\right); \text{ oder}$$

$$ws = \frac{\tfrac{1}{2}Ak.}{\sqrt{(k^2 + 4(2z-1)x^2)}}; \text{ oder}$$

$$ws = \frac{\tfrac{1}{2}A.(z-1)B.}{\sqrt{((z-1)^2.B^2 + 4(2z-1)x^2)}}.$$

Formel für die Durchmesser eines runden Faßes in Stichen.

XI. Aus der Formel (X.) läßt sich auch eine andere construiren für die Stich-Weiten des Faßes.

Weil

Weil nemlich die Größe eines Stiches = A : z pag. 17. III.; so ist auch die Weite PQ Fig. 3. nach Stichen, das ist, die Stich-Weite des Faßes in der Entfernung AP vom Spund, gleich

$$\frac{z.(z-1)B.}{\sqrt{.((z-1)^2.B^2+4x^2.(2z-1))}}$$

oder wenn man x = m . B setzt; so ist auch jene Weite gleich

$$\frac{z(z-1)}{\sqrt{.((z-1)^2+4(2z-1).m^2)}}$$

Für das Faß (IX.) wären nach dieser Formel die Stich-Weiten folgende:

Entfernung vom Bauch.	Stich-Weiten des Faßes.
0 Stich	5 Stich.
1	4,914
2	4,682
3	4,412
4	4,000

Diese Formel gibt also für x = 0 = m, die Stich-Weite = z; und für $x = \frac{1}{2}B$, oder $x = \frac{1}{2}\frac{\mu}{\nu}(z-1)$, die Stich-Weite des Faßes an seinen Köpfen, gleich z − 1, so wie es auch nach der Regel pag. 11. seyn muß.

Ver-

Vergleichung der Durchmesser runder Fäßer.

XII. Wen nich nun die Fäßer N und M aus pag. 18. VI. wieder vornehme, deren Fundamental-Verhältnisse $\frac{\nu}{\mu}$, $\frac{n}{m}$ und Stich-Zahlen z, η waren, und die überdas einerley Länge haben; so werden sich ihre Durchmesser für einerley Dauben-Abscissen verhalten wie

$$\frac{\nu}{\mu} z . \left((z-1)^2 . B^2 + 4(2z-1)x^2\right)^{-\frac{1}{2}} : \frac{n}{m} \eta . \left((\eta-1)^2 . B^2 + 4(2\eta-1)x^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

XIII. Sind beyde Fäßer bey einerley Länge auch auf einerley Stich-Zahl aufgesetzt, so verhalten sich ihre Durchmesser für einerley Dauben-Abscissen, wie ihre Fundamental-Verhältnisse.

Aehnliche Fäßer.

XIV. Sind zwey Fäßer bey verschiedenen Längen auf einerley Stich-Zahl und Fundamental-Verhältniß aufgesetzt, so sind dieses der Figur nach ähnliche Fäßer.

Nimmt man nun die Dauben-Abscissen dergestalt an, daß das Verhältniß derselben zu der Länge des Faßes jedesmal bey beyden Fäßern einerley ist, so werden sich die diesen Abscissen zugehörige Faß-Durchmesser verhalten, wie die Längen der Fäßer.

Gleiche Fäßer.

XV. Sind endlich zwey Fäßer auf einerley Stich-Zahl und Fundamental-Verhältniß aufgesetzt, und sind über-

überdas die Längen ihrer kürzesten Dauben- und Boden-Senkungen einander gleich, so sind dieses der Figur nach gleiche Fäßer.

XVI. Nach der Formel pag. 25. V. für Fäßer, welche in dem Grund-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf verschiedene Stiche aufgesetzt sind, habe ich die Ordinaten für einige Dauben-Abscissen berechnet. Ich dachte mir dabey die kürzeste Daube dieser Fäßer in 8 gleiche Theile abgetheilt, und nahm die Länge dieser Daube für die Einheit selbst an. Die Ordinaten sind folgende:

Tafel für die Abscissen und Ordinaten runder in dem Verhältniß $\frac{1}{2}$ aufgesetzter Fäßer B=1.

Stich-Model. Stich.	Dauben-Abscissen.		Ordinaten.
4.	$\frac{1}{8}$ oder 1 : 8		0,013606
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,056680
	3 : 8		0,110646
	4 : 8		0,166666
4 $\frac{1}{2}$.	1 : 8		0,0095896
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0361030
	3 : 8		0,0736360
	4 : 8		0,1428570

Stich-Model. Stich.	Dauben-Abscissen.	Ordinaten.	
5.	1 : 8		0,0069876
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0377960
	3 : 8		0,079444
	4 : 8		0,123000
6.	1 : 8		0,0060796
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0308082
	3 : 8		0,0939524
	4 : 8		0,1000000
7.	1 : 8		0,0064870
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0246738
	3 : 8		0,0515120
	4 : 8		0,0833332
8.	1 : 8		0,0054176
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0235108
	3 : 8		0,0434366
	4 : 8		0,0714286

Stich-Model. Stich.	Dauben-Abscissen.	Ordinaten.	
9.	$\frac{1}{8}$ oder 1 : 8		0,0046198
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0178078
	3 : 8		0,0378258
	4 : 8		0,0625000
10.	1 : 8		0,0040
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0150
	3 : 8		0,0337
	4 : 8		0,0555
11.	1 : 8		0,0033
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0139
	3 : 8		0,0296
	4 : 8		0,0500
12.	1 : 8		0,0029
	2 : 8	$\frac{\nu}{\mu}$	0,0126
	3 : 8		0,0269
	4 : 8		0,0453

Stich-Model. Stich.	Dauben-Abscissen.	Ordinaten.	
13.	$\frac{1}{8}$ oder 1:8		0,0027
	2 : 8	$\frac{y}{\mu}$	0,0116
	3 : 8		0,0246
	4 : 8		0,0416
14.	1 : 8		0,0025
	2 : 8	$\frac{y}{\mu}$	0,0106
	3 : 8		0,0215
	4 : 8		0,0385
15.	1 : 8		0,0023
	2 : 8	$\frac{y}{\mu}$	0,0097
	3 : 8		0,0210
	4 : 8		0,0333
16.	1 : 8		0,0024
	2 : 8	$\frac{y}{\mu}$	0,0091
	3 : 8		0,0196
	4 : 8		0,0312

Man ersiehet aus dieser Tabelle, daß die Fäßer bey gleicher Länge und Fundamental-Verhältniß ihrer Figur

Figur nach immer flächer werden, je größer die Stichzahl ist, auf welche sie aufgesetzt werden.

Uebrigens ist dieselbe für solche Fäßer geordnet, deren Dauben an ihrem Halse etwas weniges hohl gestoßen sind pag. 9. und pag. 23. III; weil dieses die gewöhnlichste Figur der Faßdauben ist.

§. 4.

Gattungen der Fäßer.

Aus der Construction der Formeln §. 3. ist zu ersehen, daß die Figur eines Faßes vorzüglich abhange von seinem Fundamental-Verhältniß und der Stichzahl, auf welche dasselbe aufgesetzt worden; und ausserdem hat auch noch die Art, wie der Küfer jede Daube nach dieser Stichzahl fügt, auf die Figur des Faßes zwischen seinem Spund und seinen Köpfen, Einfluß.

Man sollte also dem ersten Anschein nach glauben, daß es so viele Gattungen von Fäßern geben müßte, als man sich Fundamental-Verhältnisse und Stichzahlen denken könnte: allein es machen hierin einige physische Eigenschaften der Dauben eine starke Ausnahme, so daß man allerdings nach denselben gewisse Gränzen für die Figur eines Faßes festsetzen kann.

I. Es ist nemlich eine durch die Erfahrung bestättigte Sache, daß eine gerade Daube, welche durch irgend eine Kraft gebogen wird, ein Bestreben äussere, sich wieder in ihren vorigen Zustand zu versetzen. Es werden nemlich die Fibern an ihrer äussern Seite ausgedehnt, die Fibern gegen die innere Seite zu aber zusammengedrückt; jede sucht in ihren vorigen

Zustand zurück zu kommen, und die ganze Daube strebt daher, sich zusammen zu ziehen mit einer Kraft, die jener gleich ist, durch welche ihre Fibern an ihrer äussern Seite um einen gewissen Theil verlängert und an ihrer innern Seite verkürzt werden konnten.

Daher muß ein jedes Element der Dauben, die durch den Reif, welchen der Küfer an ihrer Oberfläche herunter treibt, gekrümmt werden, ein Bestreben äussern, den angetriebenen Reif rückwärts von sich abzuschieben, indem jedes in die Länge ausgedehnte Element in seinen natürlichen Zustand zu setzen sich bemühet. Dieses Bestreben wird um so viel größer seyn, je mehr jedes Element gedehnt worden, das ist, je mehr die Daube gekrümmt wird.

II. Es sey z. E. in Fig. 4. eine Kraft (a) auf den Punct T der Daube erforderlich, um diesen Punct durch den Weg T w nach w zu bringen; dieser Punct sey durch dieses Krümmen der Daube um den Theil d w ausgedehnt worden, und seine Fibern äussern ein Bestreben, sich wieder zusammen zu ziehen, das einer Kraft gleich ist, durch welche die Fibern dieses Puncts um den Theil d w verlängert werden könnten. Diese Kraft heisse (c).

Mit dieser Kraft (c) würde also dieser Punct den Reif zurückschieben, wenn ihm nicht die Reibung des Reifes an der Oberfläche der Daube widerstünde. Diese sey $\frac{1}{m}$ des Drucks.

Bey diesen Umständen strebt also der Punct T der Daube den Reif mit einer Kraft $(c - \frac{1}{m} a) = f$ rückwärts gegen den Kopf der Daube zu schieben.

Ist

Ist nun $c > \frac{1}{m} a$, so geht der Reif auch wirklich rückwärts; ist $c = \frac{1}{m} a$, so bleibt der Reif zwar an dem Puncte w, trägt aber zur Festigkeit des Faßes wenig bey, weil er augenblicklich zurück geht, wenn eine äussere Kraft $(a + da)$ auf das Element T wirkt.

III. Nun ist aber, wie die Erfahrung lehret, die Kraft (c) jedesmal größer als die Kraft (a) für ein und eben denselben Punct T, oder $da = n \cdot dc$.

Wäre also ausser der Kraft a noch eine Kraft da nothwendig, um die Kannten der Dauben bis zur möglichsten Berührung zusammen zu bringen, so würde in diesem Fall die Wirkung jedes Puncts T gegen den Reif um den Theil $n\,dc - \frac{1}{m} da$ größer; ist nun $n\,dc > \frac{1}{m} da$, so kann der Reif nicht weiter angetrieben, das ist, das Faß kann nicht gebunden werden; indem der Reif jedesmal mit einer grössern Kraft zurückgeschoben wird, als die Kraf $f + df$ ist, mit welcher der Küfer auf den Reif wirkt, da er den Diebel auf den Reif setzt, und vermittelst des Schlägels auf denselben schlägt.

IV. War nun in (II.) der Krümmungs-Halbmesser der Daube an der Stelle w gleich (r); so sollte derselbe $r - \Delta r$ werden, wenn das Faß seine gehörige Festigkeit bekommen, also alle Spickel PEQ Fig. 4. verschwinden sollen. Wüßte man also diesen Halbmesser, so könnte man nach denselben die Möglichkeit eines Faßes beurtheilen; weil man nemlich sagen könnte: ein Faß, das z. E. gerade in seinem Halse einen Krümmungs-Halbmesser hat, der (k)mal größer als seine Spitzung ist, ist das letzte Faß, das nach diesem Fundamental-Verhältniß gebaut werden kann.

Weil aber, überhaupt genommen, die mehr oder mindere Wölbung der Fäßer aus ihren Spitzungen abgenommen werden kann pag. 18., so kann man auch hiezu die Spitzung gebrauchen; das ist, man könnte sagen: ein Faß, dessen Spitzung größer als $\frac{1}{u}$ seiner Länge ist, kann nicht mehr bestehen.

Ist dieser Quotient einmal bekannt und das Fundamental-Verhältniß des Faßes gegeben; so kann man hieraus die Stichzahl für ein Faß finden, das für dieses Verhältniß das letzte ist, welches noch existiren kann.

Es sey nemlich die Länge des Faßes $= 1$; die Anzahl der Stiche, auf welche es gefügt werden soll $= y$; sein Fundamental-Verhältniß $= \frac{n}{m}$; so ist die Spitzung desselben gleich $\frac{n}{m} \frac{1}{y-1} = \frac{1}{u}$;

also $y = \frac{n}{m} . u + 1$.

Fäßer von möglichst größter Wölbung.

V. Ich habe mich bemüht, diesen Quotienten $\frac{1}{u}$ auszufinden, und glaube mit vieler Wahrscheinlichkeit denselben nicht viel kleiner als $\frac{1}{8}$ annehmen zu dürfen. Wenigstens siehet sich der Küfer genöthiget, bey Bindung des Faßes Reif an Reif anzutreiben, wenn er ein Faß aufsetzen will, dessen Spitzung etwas weniges größer als $\frac{1}{8}$ der Länge seiner kürzesten Daube ist.

Nach diesem Quotienten ergeben sich für verschiedene Fundamental-Verhältnisse die Stichzahlen, auf

auf welche ein Faß für dieses Verhältniß noch gebauet werden mag.

Fundamental-Verhältniß.	Stiche des Faßes.
1 : 1	7
4 : 5	5 $\frac{4}{5}$
2 : 3	5
4 : 7	4 $\frac{2}{7}$
1 : 2	4
2 : 5	3 $\frac{2}{5}$
1 : 3	3

Diese Fäßer sind also als die letzten möglichst gewölbtesten anzusehen, welche in diesen Fundamental-Verhältnissen noch vorkommen können. Würde also einer sagen, dieses oder jenes Faß hatte zu seiner Weite am Kopf 4 Fuß, die Länge seiner Daube war 8 Fuß, und im Bauch hatte es 6 Fuß; so dürfte man sicher behaupten, daß dieses nicht möglich seye.

VI. So wie es aber in jedem Fundamental-Verhältniß Fäßer gibt, deren Wölbung die möglichst größte ist; so findet sich eben so auch für jedes Fundamental-Verhältniß ein Faß, dessen Wölbung die möglichst kleinste ist.

Es sey nemlich wie in (II.) ein Punct T Fig. 4. auf der Kannte der Daube eines solchen Faßes.

Soll die Daube bey dem Binden des Faßes so weit gebogen werden, daß der Punct T in die Stelle w kommt; so muß der Küfer den Reif dergestalt antreiben, daß derselbe mit der Kraft (a) auf diesen Punct wirkt; und der Küfer wirkt in diesem Fall auf den Diebel mit der Kraft $f = c \frac{1}{m} a$. Der Krümmungs-Halbmesser der Daube an der Stelle w werde dadurch gleich k r (IV.).

Soll nun aber das Faß Dienste leisten, um einen flüßigen Körper darinnen aufzubewahren; so müssen seine Dauben noch näher zusammen getrieben werden, dergestalt, daß der Reif mit einer Kraft $a + d\,a$ auf den Punct T drücken müßte.

In diesem Fall müßte der Küfer mit der verstärkten Kraft $f + d\,f$ auf den Diebel wirken.

Weil nun der Krümmungs-Halbmesser der Daube k()mal größer als der Krümmungs-Halbmesser der Daube in (IV.) ist, so ist auch die Vermehrung $m\,d\,c$ der Kraft c (II.) weit geringer als zuvor. Es kann daher geschehen, daß die Kraft $f + d\,f$ die Ueberwucht bekommt, und folglich der Reif über die Stelle w Fig. 4. durch dieselbe gegen den Spund A hinunter getrieben wird.

Eben so wird es sich mit allen Reifen verhalten, welche zwischen dem Spund und den Köpfen der Daube angetrieben werden.

Endlich sey ein Punct R an der Kannte der nemlichen Daube, der sich in den nemlichen Umständen, wie der Punct T befindet. Ein Reif würde durch die Kraft $f' + d\,f'$ nach S getrieben, und halte dadurch an der Stelle R das Faß nach Erforderniß mit einer Kraft $a' + d\,a'$ zusammen, so daß der Küfer mit einer

einer noch größern Kraft auf ihn wirken müßte, wenn er ihn weiter hinunter treiben wollte.

Dieser letztern Bedingung gemäß wird also das Faß unter die möglichen gezählt werden müssen; weil jeder Reif an demselben das leistet, was er leisten soll.

Anderst aber wird es sich verhalten, wenn der Halbmesser des Krümmungs-Kreises an der Stelle w der Daube gleich $k.(r + \Delta r)$ wäre. Die Kraft $f' + d f'$ wird den Reif weiter als nach P, Fig. 3., und den Reif unter dem Punct R Fig. 4. weiter als nach S, vielleicht gar über den Spund hinunter treiben, ehe er mit der erforderlichen Kraft $a^{\circ} + d a^{\circ}$ auf den Punct R der Daube wirken kann.

Die Folge hievon wird seyn, daß die Dauben des Faßes in der Stelle R Fig. 4. nicht genau genug zusammen getrieben werden können, und sie müssen also der Flüßigkeit den Durchgang zwischen ihren Kannten erlauben.

Fäßer von möglichst kleinster Wölbung.

VII. Wüßte man nun die Spitzung eines solchen Faßes, so könnte man aus dem Verhalten derselben gegen die Länge der Dauben die andere Gränze für die möglichen Fäßer angeben. Ich habe ebenfalls Untersuchungen über die Spitzung eines solchen Faßes angestellt und gefunden, daß ein Faß untauglich werde, etwas Flüßiges in sich zu halten, wenn seine Spitzung kleiner als $\frac{1}{30}$ der Länge seiner Daube ist.

Nach dieser Erfahrungs-Maxime werden also für obige Fundamental-Verhältnisse die möglichst größten Stichzahlen folgende:

Fundamental=Verhältniß.	Stiche des Faßes.
1 : 1	31
4 : 5	25
2 : 3	21
4 : 7	18
1 : 2	16
2 : 5	13
1 : 3	11

Durchzählung möglicher Stichzahlen für runde Fäßer.

VIII. Vergleichet man die Stich=Zahlen dieser Tabelle mit den Stich=Zahlen der Tabelle V, so ersiehet man, daß z. E. in dem Fundamental=Verhältniß 1:2 die Fäßer von 4 und 16 Stichen gleichsam die Gränz=Fäßer oder die Terminal=Fäßer abgeben, zwischen welche eine Menge anderer hineinfallen können, deren Stich=Zahlen größer als 4 und kleiner als 16 sind.

Auch könnte man die Menge derselben angeben, wenn man das Gesetz wüßte, nach welchem die Küfer ihre Fäßer nach Stichen anwachsen lassen. Der Weg hiezu wäre folgender.

Es

Es seyen die Stich-Zahlen für die zwey Terminal-Fäßer, welche dem Fundamental-Verhältniß 1 : t zugehören, gleich (m) und (n), wo m > n ist.

Die Stich-Zahlen wachsen in dem Küfer-Handwerk nach der Zahl γ^x an; so daß, wenn das Terminal-Faß (m) Stiche hat, das nächste auf dasselbe folgende nicht wohl mehr oder minder als $m + \frac{1}{\gamma^x}$ Stiche haben mag.

Die Zahl aller in diesen Fundamental-Verhältniß zwischen die Terminal-Fäßer fallenden Fäßer sey β; so ist einmal

die Stich-Zahl des	gleich
1sten Faßes	$m + \frac{1}{\gamma^x}$
2 . . .	$m + \frac{2}{\gamma^x}$
3 . . .	$m + \frac{3}{\gamma^x}$
β	$m + \frac{\beta}{\gamma^x}$

Es ist ferner $m + \beta : \gamma^x = n$; demnach

$$\beta = \gamma^x \cdot (n - m).$$

Es war z. E. für das Verhältniß 1 : t = 1 : 2 aus den Tabellen m = 4, n = 16.

Weil ferner nach pag. 6. b. 2. die Küfer einen Stich auf ihrem Stich-Model nicht wohl in mehr als 4 Theile abtheilen, so können sie auch die Dauben nur nach Viertels-Stichen fügen; folglich wenn man nach dem Bisections-System $\gamma = 2$ setzt, so wird $x = 2$, und $\frac{1}{\gamma^x} = \frac{1}{4}$. Hieraus wird nun $\beta = 4 (16 - 4) = 48$.

Wenn also ein Küfer sich die Mühe nehmen wollte, alle Fäßer aufzusetzen, welche in dem Fundamental-Verhältniß $1 : 2$ möglich sind; so könnte er gerade $48 + 2 = 50$ Fäßer in eine Reihe stellen, deren jedes eine andere Wölbung haben müßte.

Eben so würde für das Fundamental-Verhältniß $\frac{2}{3}$ die Zahl der zwischen den Terminal-Fäßern möglichen Fäßer gleich $4 . (21 - 5) = 64$.

Durchzählung möglicher Fundamental-Verhältnisse runder Fäßer.

IX. Wüßte man ferner das Gesetz, nach welchem die Fundamental-Verhältnisse nach und nach anwachsen, so könnte man auch die Menge derselben angeben.

Es sey zu dem Ende die Weite eines jeden Faßes an seinen Köpfen $= 1$, und das erste Fundamental-Verhältniß $= 1 : 1$.

Das zweyte Fundamental-Verhältniß werde durch $1 : 1 + \frac{1}{c^n}$ vorgestellt; in Summa seyen (q) Fundamental-Verhältnisse in dem Küfer-Handwerk eingeführt, von welchen das letzte gleich $1 : P$ ist.

Die-

Dieser Bezeichnung zufolge ist in dem (q) Fundamental-Verhältniß die Länge der längsten Daube zur Weite des Faßes an seinen Köpfen $= 1 + \frac{q-1}{c^n} : 1 = P : 1$; und hieraus

$$q = c^n . (P - 1) + 1.$$

Was nun einmal die Zahl P anbelangt, so kann man füglich für dieselbe die Zahl $2\frac{1}{2}$ nehmen, weil die Fäßer, deren Dauben über $2\frac{1}{2}$ mal länger sind als ihre Weite an den Köpfen ist, nicht wohl unter die gewöhnlichen gehören möchten.

Eben so möchte man nicht weit irre gehen, wenn man die Länge der Daube nach und nach immer um $\frac{1}{16}$ der Weite an dem Kopf zunehmen läßt; ja es möchten wohl gar diejenigen Fäßer mit darunter begriffen seyn, welche der Küfer manchmal wegen der Beschaffenheit des Holzes der Dauben, etwas kürzer machen muß, als sie sonst nach der Regel abgeschnitten werden sollten.

Nach dieser Annahme könnte man also $c^n = 2^4$ setzen, und es würde hieraus

$$q = 16 . (2\tfrac{1}{2} - 1) + 1 = 25;$$

folglich würden nach dieser Annahme 25 Fundamental-Verhältnisse, in allem zusammen genommen, statt finden.

§. 5.

Kennzeichen des runden Faßes nach der Regel.

Ich habe die pag. 21—29. berechneten Formeln auf Fäßer beschränkt, welche nach der Regel aufgesetzt sind; es wird also noch darauf ankommen, daß ich zeige, wie ein rundes Faß geprüft werden muß, ob es nach den Handwerks-Regeln der Küfer aufgesetzt sey oder nicht.

I. Nun ist aber die erste Regel diese. pag. 11. 12. u. s. w.

Ein rundes Faß, das in dem seines Orts gewöhnlichen Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt ist, muß in der durch seinen Spund auf seine Axe senkrechten Linie z Stiche, in der Weite an seinen Köpfen aber genau z — 1 Stiche haben, es mag z eine ganze oder gebrochene Zahl seyn.

Hieraus folgt nun:

a. Wenn die Umfänge eines runden Faßes an seinen Köpfen ungleich groß sind, so ist das Faß nicht mit möglichstem Fleiße nach dem Stich-Model pag. 6. 7. gefügt worden.

b. Wenn die Umfänge des Faßes durch seinen Spund (wenn derselbe in der Mitte der Daube ist) und an seinen äussersten Enden (Köpfen) sich nicht verhalten, wie

$$z : z - 1;$$

so ist das Faß nicht fleißig gefügt.

II. Es ist ferner die andere Regel:

Bey einem runden Faß, das in dem Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt ist, muß die kürzeste Daube $\frac{\mu}{\nu}$ (z—1). Stiche halten.

Nach dieser Regel muß also bey einem runden Faß die kürzeste Daube messen

Stiche.	Bey Stichen des Faßes	und dem Verhältniß.
7	8	1 : 1
$7\frac{1}{2}$	7	4 : 5
$7\frac{1}{2}$	6	2 : 3
8	5	1 : 2
10	4	2 : 5

Nun ist aber der Faß-Stich gleich A : z; wenn also dieser Stich sich auf der kürzesten Daube nicht $\frac{\mu}{\nu}$ (z — 1)mal umschlagen läßt, so ist das Faß nicht nach der Regel aufgesetzt.

III. Um dieses mit einem Exempel zu erläutern, nehme ich an, man habe, etwa vermittelst eines starken ledernen Riemens, gefunden, daß bey einem Faß messe

sein äusserer Umfang

im Bauch	an den Köpfen (oben und unten)
7,854	6,283.

Hier

Hier wäre also $z : z-1 = 7{,}854 : 6{,}283$; und hieraus $z = 5$ beynahe;

und $5 : 4 = 7{,}854 : 6{,}283$ beynahe; folglich hat der Küfer bey Fügung dieses Faßes den möglichsten Fleiß angewandt.

Nun ist aber nach pag. 17. die Größe eines Stiches gleich $\frac{7{,}854}{\pi \cdot 5} = \frac{1}{2}$ Fuß bey diesem Faß. Ist nun das Faß in dem Verhältniß $\frac{1}{2}$ aufgesetzt, so muß dieser Stich sich auf seiner kürzesten Daube pag. 11. gerade $\frac{2}{1} \cdot (5-1) = 8$mal hinauf tragen lassen. Kann dieses auch wirklich geschehen, so leistet dieses Faß den Regeln des Handwerks, welche sich auf die Stiche beziehen, ein Genüge. Ist dieses aber nicht, so muß der Küfer Ursachen gehabt haben, welche bey dem Handwerk noch als gültig angenommen werden mögen, warum er von der Regel eine Ausnahme machte.

Auch läßt sich die Regularität eines Faßes noch auf eine andere Art durch seinen Stich erproben.

Weil nemlich dieser Stich nach pag. 11. auch gleich ist $\frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} \cdot B$; so muß für das gegebene Faß auch seyn $\frac{1}{2} \frac{1}{4} \cdot B = \frac{7{,}854}{\pi \cdot 5}$.

Trift dieses genau zu, so ist das Faß vollkommen nach der Regel aufgesetzt.

Abweichungen der Fäßer von den Handwerks-Regeln.

IV. Man darf aber wohl behaupten, daß bey weitem nicht alle Küfer dieser Regeln kundig sind.

Denn sehr viele machen ihre Fäßer nach der Anweisung, welche sie als Gesellen von ihren Meistern erhalten haben; das ist: sie merken sich die Länge der kürzesten Daube und den Faß-Stich, von welchen ihnen der Meister sagt, daß sie seines Orts ein Faß von so viel Aymern geben. Manche Meister selbst sind zufrieden, wenn jene die Dauben nach dem Stich-Model oder dem vierspitzigen Cirkel nur ungefähr fügen, und kümmern sich öfters gar nichts um das Fundamental-Verhältniß derselben, sondern nehmen die Daube von solcher Länge, als ihnen gut dünkt.

Daher kommt es denn, daß man Fäßer antrift, welche von dem Fundamental-Verhältniß ihres Orts abweichen; manchmal auch nicht nach den Stichen genau gefügt sind; ja wohl gar ungleiche Durchmesser an ihren Köpfen, folglich auch verschiedene Wölbungen in einerley Entfernung zu beyden Seiten des Spundes haben.

Interpolation der Abweichungen.

V. Inzwischen sind aber diese Abweichungen von der Regel niemals beträchtlich, haben auch auf die Formel pag. 27. keinen großen Einfluß, denn man bekommt die Werthe für die Buchstaben z, ν, μ, A, B, aus den an dem gegebenen Faße gemessenen Stücken.

Wäre z. E. der Durchmesser eines Faßes in seinem Spund und an seinen Köpfen von 5 und $4\frac{1}{24}$ Fuß gemessen worden; so ist bey diesem Faße

$$5 : 4\tfrac{1}{24} = z : z - 1;\ \text{folglich}\ z = 5 + \tfrac{5}{23}\ \text{Stich.}$$

Das Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ findet man ebenfalls durch wirk-

liche Abmessung der Länge der Daube und der Weite desselben an seinen Köpfen; es ist nemlich $\frac{\nu}{\mu} = \frac{EF}{EAC}$. in Fig 3. Sind die Kopf-Weiten an dem Faße ungleich, so muß man dasselbe ansehen, als wäre es aus zwey Fäßern von ungleichen Stichen zusammengesetzt. Wäre z. E. die Spund-Weite 5 Fuß, die Weiten an den Köpfen aber 4 und $4\frac{1}{24}$ Fuß; so ist die eine Hälfte in 5 Stich, die andere in $5\frac{5}{23}$ Stich gefügt, und das Faß hat an dieser Hälfte keine so starke Wölbung als an der andern.

VI. Auch läßt sich leicht der gemessene Faß-Stich auf einen bringen, der dem Bisections-Gesetz ein Genügen leistet. Denn da sich eine jede Stich-Zahl durch $m + \frac{1}{4}n$ ausdrücken läßt, wo (m) eine ganze Zahl ist, pag. 24 IV. und 27. VIII. so könnte man in (V.) $z = 5 + \frac{1}{4}$ setzen.

Da ferner auch bey jedem Faß die Länge der kürzesten Daube sich durch $1 + \frac{1}{16}n$ schreiben läßt, wo (n) jedesmal eine ganze Zahl ist, so kann man jedes an einem Faße gemessene Fundamental-Verhältniß auf diesen Ausdruck bringen.

Hätte man z. E. an einem Faße gefunden, daß sich die Länge seiner kürzesten Daube zu seiner Weite an den Köpfen verhalte, wie 1,503 : 1; so würde man setzen

$$1 + \frac{1}{16}n = 1,503;$$

soll nun (n) eine ganze Zahl seyn, so würde für diesen Fall $n = 16 . 0,5 = 8$.

Man würde also für dieses Faß das Fundamental-Verhältniß $1 : 1 + \frac{8}{16} = \frac{3}{2}$ annehmen dürfen.

§. 6.

§. 6.

Die Höhe des runden Faßes.

I. Aus der pag. 25. construirten Gleichung für die Faß-Linie läßt sich auch die Höhe EC des Faßes Fig. 3. durch die Länge seiner kürzesten Daube finden.

Es sey nun die Höhe uw Fig. 4., welche der Dauben-Absciſſe Aw zukommt = T. Die Differentiale der Höhe der Dauben-Absciſſe und der Ordinate ηw heißen

$$dT \;,,\; dx \;,,\; d\eta\,;$$

so wird einmal seyn

$$dT = \sqrt{(dx^2 - d\eta^2)} = dx.\sqrt{\left(1 - \frac{d\eta^2}{dx^2}\right)}.$$

Es ist ferner nach der Formel pag. 27.

$$\eta = N.\left(1 - \frac{k}{\sqrt{.(k^2+Mx^2)}}\right);\text{ auch}$$

$$d\eta = dN.k.((k^2+Mx^2))^{-\frac{1}{2}};\text{ oder}$$

$$d\eta = N.k.M.(k^2+Mx^2)^{-\frac{3}{2}}.xdx;\text{ demnach}$$

$$d\eta^2 = N^2.k^2.M^2.(k^2+Mx^2)^{-3}.x^2dx^2;\text{ und}$$

$$dT = dx.\left(1 - N^2.k^2.M^2.(k^2+Mx^2)^{-3}x^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Tangenten-Winkel des runden Faßes.

II. Ziehet man nun in Fig. 3. durch den Punct R der Daube die Tangente OL, so ist auch

$$1 : \text{Cos}\, RLA = dx : d\eta; \text{ demnach}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \text{Cos}\, RLA; \text{ und}$$

$$dT = dx . \surd(1 - \text{Cos}^2\, RLA) = dx . \text{Sin}\, RLA.$$

Diesen Winkel will ich ein für allemal durch ψ bezeichnen.

$$\text{Es ist also Cos}\, \psi = N.k.M.(k^2 + Mx^2)^{-\frac{3}{2}}.x.$$

Ich habe diesen Winkel für das Faß von 5 Stichen pag. 27. berechnet und denselben für verschiedene Dauben-Abscisse folgendermassen gefunden.

Entfernung vom Spund.	Tangenten-Winkel.
0 Fuß.	90
1 . .	83° „ 55′
2 . .	81 „ 42′
3 . .	80 „ 0
4 . .	79 „ 38

III. Nimmt

III. Nimmt man für das Integrale von d T den Ausdruck x . Sin ψ an, so läßt sich nach demselben auch die Höhen-Abscisse T der Faß-Linie berechnen.

Es wird nemlich nach demselben

$$T. = x.\sqrt{\left(1 - M^2.N^2.k^2.(k^2+Mx^2)^{-3}.x^2\right)}.$$

Stellet man die Werthe von M „ N „ k, nemlich $4(2z-1)$ „ $\frac{\nu}{2\mu}\frac{z}{z-1}.B$ „ $(z-1).B$, wieder her, so wird nach demselben

$$T = x.\sqrt{\left(1 - \frac{\nu^2}{\mu^2}.\frac{z^2.4(2z-1)^2.B^4.x^2}{((z-1)^2.B^2+4.(2z-1)x^2)^3}\right)}.$$

IV. Setzt man $x = \frac{1}{2}B$, so ergibt sich nach diesem Ausdruck die Höhe des Faßes. Es ist nemlich die Höhe des ganzen Faßes von einem Kopf der kürzesten Daube zur andern, gleich

$$B.\sqrt{\left(1 - \frac{\nu^2}{\mu^2}.\frac{(2z-1)^2}{z^4}\right)}.$$

Nach der Formel (III.) ergeben sich die Höhen-Abscissen des Faßes pag. 27. IX., wie folgt:

Dauben-Abscissen.	Höhen-Abscissen.	Unterschied.
0 Fuß.	0 Fuß.	0
1	0,99439	0,00561
2	1,97908	0,02092
3	2,95467	0,04533
4	3,93468	0,06532
8	7,86936	0,13064

Unterschied zwischen der Länge und Höhe des Faßes.

Man siehet aus dieser Berechnung, daß der Unterschied zwischen der Länge und Höhe dieses Faßes nicht groß sey; und dennoch ist dieses schon ein Faß von starker Wölbung. Es ist nemlich ungefähr $\frac{1}{60}$ der Länge der kürzesten Daube. Wäre das Faß in dem Verhältniß $\frac{1}{2}$, auf 6 Stiche aufgesetzt worden, so würde der Unterschied ungefähr $\frac{1}{72}$ seyn. Man kann daher in manchen Fällen, wo dieser Unterschied noch weit geringer ist, die Dauben-Abscisse mit der Höhen-Abscisse ohne merklichen Fehler verwechseln.

§. 7.

§. 7.

Die Visier-Linie des Faßes.

I. Aus den bisher angestellten Untersuchungen läßt sich nun sehr leicht die Größe einer jeden Diagonale SB des runden Faßes Fig. 3. herleiten.

Unter diesen Diagonalen aber gibt es eine, in welche die sogenannte Visier-Linie fällt. Diese Linie fällt in die Richtung vB, welche in der durch den Spund-Durchmesser und die Axe des Faßes gezogenen Ebene sich befindet, und die kürzeste vom Spund nach der innern Zarge des Bodens ist.

Sie hat den Nahmen: Visier-Linie; weil die Visierer sich derselben bedienen, den Inhalt des Fasses anzugeben.

II. Uebrigens aber hat dieselbe zu andern Linien des Faßes kein durchaus allgemein angenommenes Verhältniß: denn ihre Länge hängt einmal bey einer und eben derselben Figur eines nach der Regel gebauten Faßes von der Höhe der Köpfe vc, gD ab, welche seines Orts bey den Küfern angenommen ist.

Die Köpfe des Faßes.

Diese Höhe der Köpfe eines und eben desselben, aber an verschiedenen Orten aufzusetzenden Faßes ist sehr verschieden: denn es mag dieselbe von $\frac{1}{36}$ der Dauben-Länge bis auf $\frac{1}{16}$ derselben anwachsen; so daß also die Höhe der Köpfe des Faßes pag. 27. IX. so mancherley seyn kann, als man sich Zahlen zwischen den Zahlen $\frac{8}{16}$ und $\frac{8}{36}$ gedenken kann.

III. Ausserdem aber, daß die Höhe der Köpfe wegen der an verschiedenen Orten von einander abweichenden Handwerks-Regeln veränderlich ist, hängt die Länge der Visier-Linie auch noch von den Umständen ab, unter welchen der Küfer das Faß aufsetzt. Denn manchmal hat er nicht genug Dauben von erforderlicher Länge vorräthig, er macht also das Faß etwas kürzer als es nach der Regel seyn sollte. Damit aber demohngeachtet dasselbe die bestimmte Quantität des Flüßigen fassen möge, so bricht er meistens an der Höhe der Köpfe ab, indem er die Böden weiter gegen die Köpfe der Dauben rückt.

IV. Es hat ferner auch auf die Länge der Visier-Linie, die eigenthümliche Figur des Faßes, starken Einfluß. Denn wenn die Dauben desselben in der Nachbarschaft der Lager-Daube etwas spitziger als die Seiten- und Spund-Dauben gefügt werden, so wird an dieser Seite das Faß etwas abrund, so daß jeder auf die Axe senkrechte Durchmesser desselben von der Lager-Daube nach der Spund-Daube größer ist, als jeder ihm zukommende Durchmesser durch die Seiten-Dauben.

Dieser Eigenschaft eines Faßes machen sich manchmal die Küfer zu nutze, die Visier-Linie an einem Faß, das im Fügen vernachläßiget worden, ganz heraus zu bringen. Sie schieben nemlich um die Lager-Daube herum einige Dauben ein, deren Spitzung etwas größer als der übrigen ist; ja, ich habe schon ein Faß gesehen, an welchem die Lager-Daube bey der Boden-Zarge eingetieft (eingestemmt) war, damit die Visier-Linie länger ausfallen sollte.

V. Es kann auch noch die Visier-Linie eines Faßes verändert werden, wenn durch Zufall oder andere Umstände seine Köpfe Schaden nehmen.

Denn in diesem Fall schneiden die Küfer die Köpfe ganz oder zum Theil ab, und reißen eine neue Zarge in das Faß ein.

VI. Endlich hängt auch die Länge der Visier-Linie von der Figur der Böden ab; ob nemlich dieselben gesenkt oder nicht gesenkt, und auf ihrer Kannte dick oder dünne sind. Letzterer Umstand macht insbesondere, daß die Visier-Linie eines Faßes, das nach allen seinen Dimensionen gerade halb so groß als ein anderes von der nemlichen Gattung ist, nicht auch gerade die Hälfte der einen Visier-Linie ist. Denn meistens wird in solchem Fall die Zarge mit einerley Raumzahn eingerissen. Hat der Boden des Faßes von aussen eine Senkung, so wird die Visier-Linie um so viel kürzer, je mehr der Boden gesenkt ist. Diese Senkung aber hat, so viel ich weiß, kein bestimmtes Maas. Denn ich verfertigte ehedem die Senk-Model nach verschiedenen Halbmessern; doch habe ich mich durch Abmessung vieler Fäßer überzeugt, daß der Halbmesser derselben nicht kleiner als 30 und nicht größer als 40 Fuß seyn möge, pag. 11. d.; es mag der Küfer seinen Boden entweder regulär nach dem Senk-Model, oder nur überhaupt nach dem Augenmaas senken.

Aus allem dem, was bisher über die Visier-Linie gesagt worden, ist zu ersehen, daß die Länge derselben sich nicht allgemein ins Verhältniß mit einer andern Linie des Faßes setzen lasse; ja sie ist selbst bey dem schönsten nach der Regel gebauten Faß zufällig; weil sie auch da noch von der Dicke der Spund-Daube abhängt, die meistens etwas dicker als die andern genommen wird.

VII. Wenn man also fragt: wie viel Stiche mißt die Visier-Linie eines nach der Regel gebauten

Faßes, welches in dem Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt ist? so müßte man das Verhältniß der Köpfe zur Länge der Dauben kennen, welches an dem Ort, wo das Faß verfertiget worden, eingeführt ist; ausser diesem müßte man auch noch die allda übliche Senkung wissen, nebst der Zargen-Breite und Dauben-Dicke.

Wäre nun die Spund-Tiefe und der Boden-Durchmesser dieses Faßes von innen gleich a „ b; die ganze Höhe der kürzesten Daube, und die Höhe der Köpfe, gleich c „ $\frac{1}{n}$c; die Senkung für jeden Boden $=\gamma$, und die Zargen-Breite $=\delta$; so wäre die Formel für die Visier-Linie U folgende:

$$U = \sqrt{}.\left(\left(\tfrac{1}{2}\left(1-\tfrac{1}{n}\right)c-(\gamma+\delta)\right)^2+\left(b+\tfrac{1}{2}(a-b)\right)^2\right).$$

Etwas anders könnte die Visier-Linie ausfallen, wenn das nemliche Faß an einem andern Orte, aber nach dem nemlichen Maasstab, aufgesetzt würde. Es könnte nemlich dieselbe seyn

$$\sqrt{}.\left(\left(\tfrac{1}{2}\left(1-\tfrac{1}{m}\right)c-(g+d)\right)^2+\left(b+\tfrac{1}{2}(a'-b)\right)^2\right).$$

VIII. Betrachtet man aber das Faß von aussen, so läßt sich die Größe der Diagonale des Faßes, in welche die Visier-Linie fällt, auf folgende Weise finden.

Es sey überhaupt die Diagonale sB Fig. 3. zu bestimmen, welche die Daube in dem Punct s, in der Entfernung As $=$ x vom Bauch-Durchmesser, trift.

Zieht man aus s die Abscisse parallel mit der Axe des Faßes, so schneidet dieselbe auf dem Bauch-Durchmesser AB die Ordinate $Af = \eta$ ab. Es ist daher

$$fB = A - \eta;$$

das ist:

$$fB = A - \tfrac{1}{2}A\left(1 - k.(k^2 + Mx^2)^{-\frac{1}{2}}\right).$$

Bezeichnet man nun der Kürze halber $k^2 + Mx^2$ mit dem Buchstaben u, so ist nach dieser Bezeichnung

$$fB = \tfrac{1}{2}A.(1 + k.u^{-\frac{1}{2}}).$$

Man kann ferner

$$fs = x.\text{Sin}\,\psi = x.\sqrt{(1 - M^2.N^2.k^2.u^{-3}.x^2)}$$

annehmen.

Es ist aber

$$sB = \sqrt{(fB^2 + fs^2)} = fB.\sqrt{\left(1 + \frac{fs^2}{fB^2}\right)}.$$

Werden nun die vorhin gefundenen Werthe von fB und fs in diese Gleichung substituirt, so wird

$$sB = \tfrac{1}{2}A(1 + k.u^{-\frac{1}{2}}).\sqrt{\left(1 + \frac{x^2.(1 - M^2.N^2.k^2.u^{-3}.x^2)}{\frac{1}{4}A^2.(1 + k.u^{-\frac{1}{2}})^2}\right)}$$

Setzt man in dieser Gleichung $x = A\upsilon$, so bekommt man die Diagonale des Faßes, in welche die Visier-Linie fällt.

Für $x = 0$ gibt dieselbe den Durchmesser AB.

Visier-Winkel.

IX. Weil auch fs : fB = tang ABs, so läßt sich der Winkel ABυ finden,

aus der Gleichung

$$\text{tang } AB\upsilon = \frac{x \,.\, \sqrt{(1 - M^2 . N^2 . k^2 . u^{-3} . x^2)}}{\tfrac{1}{2} A . (1 + k . u^{-\frac{1}{2}})},$$

wenn man in derselben x = Aυ Fig. 3. setzt.

Diesen Winkel will ich künftig den Visier-Winkel des Faßes heißen.

Weil nun nach dem, was zuvor über die Visier-Linie gesagt worden, sich die Dauben-Abscisse Aυ für jedes Faß nicht durchaus als bestimmt ansehen läßt, so folgt, daß auch der Visier-Winkel eines und eben desselben, aber an verschiedenen Orten aufgesetzten Faßes veränderlich seyn müsse.

Für das Faß pag. 27. IX. habe ich den Visier-Winkel = 37° // 52′ befunden.

§. 8.

Wendungs-Punct des Faßes.

I. Aus dem, was pag. 9. (3) angeführt worden, läßt sich schließen, daß das runde Faß einen Wendungs-Punct gegen die Köpfe der Dauben zu, haben möge. Ich will also nunmehr die Stelle aufsuchen, wo dieser Punct an dem runden, nach der Regel aufgesetzten Faß hinfallen möge, in soferne er noch innerhalb der Dauben fallen kann.

Es

Es war pag. 51. $d\eta = N.kM.(k^2 + Mx^2)^{-\frac{3}{2}}.xdx$; statt dessen will ich nun schreiben, nach pag. 57.,

$$d\eta = Lx.u^{-\frac{3}{2}}.dx = \frac{P}{Q};$$

wo also

$$L = N.k.M; \text{ und } U = k^2 + Mx^2 \text{ ist.}$$

Dieser Bezeichnung zufolge wird für $dx =$ Constans auch

$$d.d\eta = \frac{L}{Q^2}.(QdP - PdQ);$$

in welchem Ausdruck man findet für $dP = dx^2$

$$dQ = \tfrac{3}{2}.u^{\frac{3}{2}-1}.du; \quad du = 2Mxdx;$$

folglich

$$dQ = 3M.u^{\frac{1}{2}}.xdx.$$

Werden diese Werthe für dP und dQ in obigen Differential-Ausdruck gestellt, so bekommt man

$$d.d\eta = \frac{L}{Q^2}(u^{\frac{3}{2}}dx^2 - 3Mx^2.u^{\frac{1}{2}}.dx^2).$$

II. Wird nun zufolge der Fundamental-Gleichung $d.d\eta = 0$, auch dieser Ausdruck $= 0$ gesetzt, so ergibt sich aus demselben

$$u = 3Mx^2.$$

Nun ist aber $u = k^2 + Mx^2$; demnach

$$x = \frac{k}{\sqrt{2M}}.$$

In

In diesen Ausdruck ist k=(z — 1) . B nach pag. 51. III. und M = 4 (2z — 1); demnach ist

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{(z-1)B}{\sqrt{2(2z-1)}}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich also der Wendungs-Punct des Faßes für die Dauben-Abscisse vom Spund nach dem Kopfe zu.

III. Die Entfernung des Wendungs-Puncts auf der Daube von ihrem Kopfe derselben, ist nach dieser Gleichung, gleich

$$\frac{1}{2} B \left(1 - \frac{z-1}{\sqrt{2.(2z-1)}}\right).$$

Setzt man in der Formel (II.) die Dauben-Länge = 1, und setzt nach und nach die Zahlen 3, 4, 5, in den Buchstaben z, so findet man, daß der Wendungs-Punct immer weiter vom Spund wegfalle, je größer die Stich-Zahl des Faßes, das ist, je geringer seine Wölbung ist; ja bey sehr flachen Fäßern wird er wohl gar über die Dauben hinausfallen müssen. So ist z. E. der Wendungs-Punct für das Faß pag. 27. IX. um 3,7712 Fuße, bey einem gleich langen Faß von 4 Stichen aber, um 3,2080 Fuß vom Spund entfernt, wenn nemlich bey beyden Fäßern die halbe Daube gerade 4 Fuß hat.

§. 9.

Krümmungs-Halbmesser des Faßes.

I. Es stelle in Fig. 3. die Linie b f den Krümmungs-Halbmesser des Faßes in der Stelle bey b vor, welche der Stelle R unendlich nahe ist, so daß

PR

PR = 2 bR als ein Differential der Daube angesehen werden kann.

So ist nun einmal

$$bf = \frac{\frac{1}{2} PR}{\text{Sin } \frac{1}{2} PfR}; \text{ oder auch } bf = \frac{PR}{PfR}.$$

II. Es läßt sich ferner aus der Vergleichung der Winkel, unter welchen sich die Tangenten-Linien durch P und R schneiden, erweisen, daß seye

$$PfR = -\frac{d \text{ tang } RLA}{1 + \text{tang}^2 . RLA}.$$

Nun ist aber tang RLA = Sin RLA : Cos RLA.

Substituirt man hierein die Werthe für Sin RLA und Cos RLA nach pag. 47. II.; so ist

$$\text{tang } RLA = \frac{\sqrt{(1 - L^2 . u^{-3} . x^2)}}{L . u^{-\frac{3}{2}} . x} = \text{tang } \psi.$$

nach der Schreibart pag. 51. VIII.

Diese Tangente will ich nun durch p bezeichnen. Nach dieser Bezeichnung ist auch der Winkel

$$PfR = -\frac{dp}{1 + p^2}.$$

Hieraus wird also der Krümmungs-Halbmesser

$$bf = -\frac{PR}{dp}(1 + p^2) = -\frac{dx}{dp}(1 + p^2).$$

III. Um nun dp zu finden, soll, mehrerer Bequemlichkeit halber, gesetzt werden:

dp

$$dp = d.\frac{(1 - L^2 . u^{-3} . x^2)^{\frac{1}{2}}}{L . u^{-\frac{3}{2}} . x} = d\,\frac{(1-R)^n}{P}.$$

so wird nach dieser Bezeichnung

$$dp = -\frac{n.(1-R)^{n-1} dRP - (1-R)^n . dP}{P^2}.$$

Nun ist aber $dR = L^2 . (u^{-\frac{3}{2}} . 2x\,dx - 3u^{-4} x^2 du.$ und $du = 2Mx\,dx$; weil $u = k^2 + Mx^2$.

Demnach ist

$$dR = 2 . L^2 . xu^{-\frac{3}{2}} . (1 - 3u^{-1} Mx^2)\,dx.$$

Eben so ist auch

$$dP = L . u^{-\frac{3}{2}} . (1 - 3u^{-1} . Mx^2)\,dx.$$

Es sey nun indessen $1 - 3u^{-1} Mx^2 = \upsilon$.

Werden die Werthe von dR und dP in obigen Differential-Ausdruck gestellt, so wird derselbe gleich

$$- L . u^{-\frac{3}{2}} . (1-R)^{\frac{1}{2}} . (1 - LP . (1-R)^{-1} . x . u^{-\frac{3}{2}} .)\,\upsilon\,dx.$$

Weil nun $P = Lx . u^{-\frac{3}{2}}$; so ist auch

$$dp = -\frac{p}{x} \cdot \left(1 + \frac{1}{p^2}\right) \upsilon\,dx.$$

Die-

Dieser Werth von dp in den Differential-Ausdruck für den Krümmungs-Halbmesser substituirt, gibt

$$bf = \frac{-(1+\upsilon^2)\,x\,dx}{-.\,p.\,(1+\frac{1}{p^2})\,\upsilon\,dx} = \frac{px}{\upsilon}.$$

Nun war aber

$$p = \text{tang}\,\psi, \text{ und } \upsilon = 1 - 3\,.\,u^{-1}\,.\,Mx^2;$$

folglich nach deren Substitution

$$bf = \frac{x\,.\,\text{tang}\,\psi}{\frac{1-3Mx^2}{k^2+Mx^2}} = \frac{(k^2+Mx^2)\,.\,x\,\text{tang}\,\psi}{k^2-2Mx^2}.$$

In dieser Formel findet mán tang ψ, nach pag. 52. II.; auch ist $k = (z-1)B$; $M = 4.(2z-1)$.

Nach meinen hierüber angestellten Berechnungen ergibt sich der Krümmungs-Halbmesser des Faßes pag. 27. IX. für verschiedene Dauben-Absciſſen folgendermaßen:

Krümmungs-Halbmesser des Faßes von 5 Stich.	Dauben-Absciſſe vom Spund nach dem Kopf.
10′ ″ 48	1 Fuß.
20 ″ 78	2 . .
61 ″ —	3 . .
— · 273/33	4 . .

Vergleichet man diese Krümmungs-Halbmesser unter einander, so siehet man, daß der Halbmesser der Wölbung in der Entfernung eines Schuhes vom Spund der kürzeste ist; folglich hat an dieser Stelle das Faß eine größere Wölbung als weiter gegen den Hals zu.

Unmittelbar in dem Halse ist ferner auch die Wölbung stärker als einen Fuß vom Kopfe weg; ja, in den Köpfen selbst fällt der Krümmungs-Halbmesser auf die äussern Seiten des Faßes und die Dauben verliehren sich gleichsam in einer geraden Linie hinaus.

Der Wendungs-Punct dieses Faßes fiel nach pag. 62. 3,7712 Fuße vom Spund weg; er steht also nur um 0,2288 Fuße von dem Kopfe ab; und von diesem Puncte an verliehrt sich also die Faß-Linie beynahe in einer geraden Linie, für das gegebene Faß.

§. 10.

Ausdehnung des runden Faßes.

I. Wenn ich von der Ausdehnung des Faßes rede, so verstehe ich unter derselben jedesmal den Raum, welchen ein geometrischer Körper einnehmen würde, der gleiche Dimensionen mit dem Faße hat. Ich unterscheide also aus Ursachen, die ich hernach angeben werde, die Ausdehnung eines Faßes von seinem Inhalt oder der Masse des Flüßigen, welche es in sich begreift. Bey erstern hat man es mit den äussern Durchmessern, bey letztern aber mit den innern Durchmessern zu thun.

So ist z. E. der Spund-Durchmesser A die gerade auf die Axe nach allen Seiten senkrechte Linie durch

durch die Mitte des Spunds, von einer äussern Wölbung des Faßes zur andern. Der Buchstabe (a) aber bezeichnet die Spund-Tiefe des Faßes, oder den Theil des Spund-Durchmessers, so weit derselbe von dem Flüßigen in dem Faße naß gemacht werden kann.

II. Es sey nun in Fig. 4. die Linie ws ein unbestimmter Halbmesser des Faßes; so ist einmal nach pag. 28. X.

$$ws = \tfrac{1}{2}A.(z-1)B : \sqrt{\left((z-1)^2.B^2 + 4.(2z-1)x^2\right)};$$

oder nach der bisher eingeführten Bezeichnung:

$$ws = N.k : \sqrt{(k^2 + Mx^2)}.$$

Setzt man ferner, wie bisher, die Ordinate $wu = x.\mathrm{Sin}\,\psi$, nach pag. 51., und ihr Differential $dx.\mathrm{Sin}\,\psi$; so wird das Faß-Element gleich

$$\frac{\pi.N^2.k^2.dx.\mathrm{Sin}\,\psi}{k^2 + Mx^2};$$

oder

$$\pi N^2 \mathrm{Sin}\,\psi.dx : \left(1 + \frac{M}{k^2}x^2\right).$$

Nun ist aber nach trigonometrischen Formeln $d.\mathrm{tang}\,\psi = d\psi : \mathrm{Cos}^2\,\psi$.

$$\mathrm{Cos}^2.\psi = \frac{1}{1 + \mathrm{tang}^2\,\psi}; \text{ also}$$

$$d\psi = \frac{d.\mathrm{tang}\,\psi}{1 + \mathrm{tang}^2\,\psi}.$$

Dieser Ausdruck bedeute nun einen Bogen, dessen Tangente gleich ax seyn mag, so wird seyn

$$d\psi = \mathrm{Arc.tang}\,ax = adx : (1 + a^2x^2);$$

 Dem-

Demnach ist das Integrale von Arc tang a x
$a . \int . dx : (1 + a^2 x^2)$; oder

$$\frac{1}{a} \text{Arc. tang } a x = \int . dx : (1 + a^2 x^2 .)$$

Vergleichet man diesen Ausdruck mit obigem Ausdruck $dx : \left(1 + \frac{M}{k^2} x^2\right)$; so ist hier $a = \frac{1}{k} \sqrt{M}$; demnach sein Integrale gleich

$$\frac{k}{\sqrt{M}} \text{Arc. tang } \frac{x}{k} . \sqrt{M} . + \text{Constans};$$

wo Constans für $x = 0$; auch $= 0$ wird.

Diesem zufolge wäre also das Integrale des Faß-Körpers gleich

$$\frac{2\pi . N^2 k . \text{Sin} \psi}{\sqrt{M}} \text{Arc. tang } \frac{x}{k} \sqrt{M}.$$

III. In dieser Formel aber ist $N = \frac{1}{2} A$; $k = (z - 1) B$; $M = 4 . (2z - 1)$; und für ein Faß nach der Regel

$$A = \frac{\prime}{\mu} \frac{z}{z - 1} . B .$$

Daß hier von natürlichen Logarithmen die Rede sey, versteht sich von selbst; hat man diese nicht bey der Hand, so schlägt man die Brigischen Logarithmen auf, bringt sie auf die natürlichen, indem man jeden mit der bekannten Zahl 2,302585093 multiplicirt.

Dies wäre also der allgemeine Ausdruck, nach welchem sich die Ausdehnung jedes runden noch möglichen und nach der Regel aufgesetzten Faßes berechnen mag; und man ersiehet aus demselben, in wie

ferne

ferne jene mit der Stichzahl und dem Fundamental-Verhältniß des Faßes zusammenhänge.

Es ist nemlich in dieser Formel:

$\frac{\nu}{\mu}$ das Fundament-Verhältniß;

z die Stichzahl;

B die Länge der kürzesten Daube;

x das Stück der Daube, so weit diese naß gemacht werden mag.

IV. Setzt man ferner in jener Formel $x = \frac{1}{2}B$; so wird die Ausdehnung des Faßes durch seine ganze Länge gleich

$$\frac{\pi . A^2 . (z-1) . B \text{ Sin } \psi}{4 . \sqrt{(2z-1)}} . \text{Arc . tang } \frac{\sqrt{(2z-1)}}{z-1}$$

oder:

$$\frac{\pi . A^2 . (z-1) T}{4 . \sqrt{(2z-1)}} . \text{Arc . tang } \frac{\sqrt{(2z-1)}}{z-1} .$$

Um diese Formel durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich wieder das Faß pag. 27. IX. vor; für welches $B = 8$ Fuß; $z = 5$ Stich; $\frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{2}$; und $\text{Sin } \psi = 0{,}98364$ ist nach pag. 51.; so ist nun einmal

$$\sqrt{(2z-1)} = \sqrt{(2.5-1)} = 3, z-1 = 4;$$

$$A = 5 \text{ Fuß}; \quad B = 8;$$

demnach $\frac{3}{4}$ die Tangente eines Bogens von 36° „ 52'.

Nun ist aber der Bogen $36° = 0,6283185307$.
Bogen $52' = 0,0151261869$.

$0,6434447176$.

Auch ist $B . \sin \psi = 7,87$ Fuß; und diesem zufolge die Ausdehnung des Faßes gleich

$\frac{\pi . 25 . 7,87}{3} \times 0,6434447176 = 132,56$ Cubic-Fuße.

V. Will man den Inhalt des Faßes nach Cubic-Stichen, als der bey seiner Aufsetzung zum Grunde liegenden Einheit, wissen, so dienet hiezu die eben berechnete Formel (II.).

Es ist nemlich in derselben die Länge der kürzesten Daube oder $B = \frac{\nu}{\mu}(z - 1) . \alpha$; und $\alpha = A : z$; nach pag. 27. gleich einem Stich.

Auch ist hier nach pag. 28. 29. XI.

$$N = \tfrac{1}{2} z; \quad k = \frac{\mu}{\nu}(z - 1)^2; \quad M = 4(2z - 1);$$

welche Werthe also in die Formel (II.) substituirt werden müssen, um die Ausdehnung des Faßes, nach Cubic-Stichen zu finden.

VI. Vermittelst der Formel (IV.) läßt sich auch der Durchmesser eines Cylinders finden, der mit dem Faß einerley Höhe und Inhalt hat.

Bezeichnet nemlich der Buchstabe υ den Durchmesser jenes Cylinders, so ist sein Inhalt

$$\tfrac{1}{4} \pi . \upsilon^2 . T;$$

dem-

demnach

$$v^2 = \frac{A^2 (z-1)}{\sqrt{(2z-1)}} \text{ Arc . tang } \frac{\sqrt{(2z-1)}}{z-1} .$$

In dieser Formel ist $A = \frac{\nu}{\mu} \frac{z}{z-1} B$ für ein Stück Faß.

Ich habe nach dieser Formel jene Durchmesser für Stück Fäßer von 4 Stich bis auf 18 Stich berechnet, und setze sie her, wie ich sie befunden habe.

Stiche.	Durchmesser.
4	0,90586
$4\frac{1}{2}$	0,91718
5	0,92624
$5\frac{1}{2}$	0,93656
6	0,93980
7	0,94887
8	0,95564
9	0,96093
10	0,96374
11	0,96827
12	0,97106
13	0,97333
14	0,97537
15	0,97645
16	0,97803
17	0,97893
18	0,97982

Diese Zahlen müssen nun noch mit dem Durchmesser A multiplicirt werden, so ergibt sich für ein Faß, dessen kürzeste Daube = 1 ist, der Durchmesser jenes Cylinders, der gleiche Ausdehnung und Höhe mit dem Faß hat.

So ist z. E. für ein Faß, das in dem Verhältniß $\frac{1}{2} = \frac{\nu}{\mu}$ auf 5 Stiche aufgesetzt worden, und dessen kürzeste Daube = 8 Fuß ist, der Durchmesser jenes Cylinders gleich

$$\frac{1}{2}\,\frac{5}{4}\cdot 8 = 0{,}92624 = 4{,}6312 \text{ Fuße.}$$

Für ein Faß von 18 Stichen, dessen kürzeste Daube ebenfalls = 8 Fuß und $\frac{\nu}{\mu} = \frac{1}{2}$ ist, ist jener Durchmesser nur

$$\frac{1}{2}\,\frac{18\cdot 8}{17}\cdot 0{,}97982 = 4{,}1497 \text{ Fuße.}$$

§. 11.

Segment des Faßes.

Wenn eine mit der Axe des Faßes parallel laufende Ebene ein Stück HDSNk von demselben abschneidet, dessen Tiefe DN nicht größer als die halbe Spitzung des Faßes ist, so ergibt sich der Inhalt dieses Segments folgendermaßen.

Ich betrachte dasselbe als die Summe unendlich vieler Prismaten, deren Höhe also unendlich klein ist.

Ist nun die Höhe DN = η; die Absciße HD = T; DS = υ; so ist die Fläche

$$DHSD = \upsilon\, dT.$$

Es

Es ist aber $DS = \sqrt{(AB^2 - (AB - DN)^2)}$;
also $v = \sqrt{(2N\eta - \eta^2)}$.

Es ist ferner nach pag. 19. und pag. 51.

$$\eta = N\left(1 - k.(k^2 + Mx^2)^{-\frac{1}{2}}\right); \text{ oder}$$

$$(\eta - N)^2.(k^2 + Mx^2) = N^2 k^2;$$

aus welcher Gleichung sich ergibt

$$x = \frac{k}{N - \eta}.\sqrt{\frac{(2N\eta - \eta^2)}{M}}, \text{ und}$$

$$T = \frac{k.\mathrm{Sin}\,\psi}{N - \eta}\sqrt{\frac{(2N\eta - \eta^2)}{M}}, \text{ nach pag. 51.}$$

Nimmt man in diesem Fall $d.\mathrm{Sin}\,\psi = 0$, welches ohne merklichen Fehler geschehen kann; so ist auch

$$dT = \frac{k}{\sqrt{M}}.\left(\frac{d\eta}{(2N\eta - \eta^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2(N\eta - \eta^2)^{\frac{1}{2}}d\eta}{(N - \eta)^2}\right).\mathrm{Sin}\,\psi.$$

Wird dieser Differential-Ausdruck in obigen substituirt, so ist der Ausdruck für das Element der Fläche DSHS gleich

$$\frac{k.\mathrm{Sin}\,\psi}{\sqrt{.M}}\left(d\eta + \frac{(2N\eta - \eta^2)}{(N - \eta)^2}d\eta\right).$$

folglich das Integrale der Fläche gleich

$$\frac{k.\mathrm{Sin}\,\psi}{\sqrt{M}}\left(\int.d\eta + 2N\int.\eta.(N-\eta)^{-2}d\eta - \int.\eta^2.(N-\eta)^{-2}.d\eta\right).$$

 I. Nun

I. Nun ist aber einmal $\int . d\eta = \eta$; und der Differential-Ausdruck läßt sich durch die sehr einfache Substitution

$$N - \eta = z$$

integrabel machen.

Es wird nemlich $\eta = N - z$; $-dz = d\eta$; und es verwandelt sich voriger Ausdruck in folgenden

$$-(N.z^{-2}.dz - z^{-1}.dz).$$

Hiervon ist das Integrale gleich

$$-Nz^{-1} - \log z . + \text{Constans}.$$

Stellt man den Werth von z wieder her, so ist dies Integrale

$$-N.(N-\eta)^{-1} - \log(N-\eta) + \text{Const}.$$

Dieser Ausdruck gibt für $\eta = 0$, auch

$$\text{Constans} = 1 + \log N.$$

Demnach ist das vollständige Integrale obigen Ausdrucks gleich

$$2N^2.(N-\eta)^{-1} + 2N\log(N-\eta) - 2N - 2N\log N.$$

II. Endlich wird auch das dritte Glied des Ausdrucks (x) durch die Substitution $N - \eta = z$ integrabel, weil $\frac{2+1}{1} = 3$ eine ganze bejahte Zahl gibt.

Nach dieser Substitution wird also

$$\eta^2 = N^2 - 2Nz + z^2; \; d\eta = -dz.$$

und

und es verwandelt sich voriger Ausdruck in folgenden:

$$-\left(N^2(-2Nz+z^2)\,z^{-2}\right)dz.$$

Dessen Integrale ist gleich

$$-\cdot(-N^2 z^{-1} - 2N\log z + z).$$

Stellt man den Werth von z wieder her, so ist dies Integrale gleich

$$-\left(-N^2.(N-\eta)^{-1} - 2N\log(N-\eta) + (N-\eta)\right) + \text{Constans}.$$

und in diesem Fall für $\eta = 0$

$$\text{Constans} = -2N\log N.$$

Demnach ist das vollständige Integrale des dritten Glieds

$$-\frac{N^2}{N-\eta} - 2N\log(N-\eta) + N-\eta + 2N\log N.$$

III. Zählt man die Integrale aller drey Glieder in eine Summe, so ist das Integral der Fläche DHS gleich

$$\frac{kN}{\sqrt{M}}\left(\frac{N}{N-\eta} - 1\right)\text{Sin}\,\psi.$$

IV. Wird diese Fläche mit dem Differential $d\eta$ der Höhe η multiplicirt, und der hieraus entstehende Differential-Ausdruck für das Element des Raums DHNSD hernach integrirt, so bekommt man einmal den Ausdruck für das Integrale

$$\frac{kN}{\surd M}\int\left(\frac{d\eta . N}{N-\eta} - d\eta\right) + \text{Constans};\quad \text{oder}$$

$$\frac{kN}{\surd . M}\cdot\left(-N\log(N-\eta) - \eta\right) + \text{Constans.}$$

Woraus sich für $\eta = 0$ ergibt Constans $= N . \log N$.

Es ist also das vollständige Integrale des Raums DHNSD gleich

$$\frac{k.N}{\surd . M}\left(N . \log\frac{N-\eta}{N} - \eta\right)\text{Sin}\,\psi.$$

In diesem Integrale kann man für ein Faß nach der Regel setzen $N = \frac{1}{2}A$; substituirt man noch überdies für k und M ihre Werthe, so verwandelt sich dies Integrale in folgendes:

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{A(z-1)B}{\surd(2z-1)}\cdot\left(\frac{1}{2}A . \log\frac{\frac{1}{2}A}{\frac{1}{2}A-\eta} - \eta\right)\text{Sin}\,\psi.$$

Es ist in diesem Fall $A = \frac{\prime}{\mu}\,\frac{z}{z-1} . B$; und wenn man setzt $\eta = \frac{1}{2}\,\frac{\prime}{\mu}\,\frac{B}{z-1}$, so wird η der halben Spitzung des Faßes gleich.

V. Nach dieser Formel kann man also die Größe des Raumes berechnen, welchen eine Ebene von dem geometrischen Faß-Körper Fig. 5. abschneiden würde, wenn sie denselben in der Entfernung $\eta = DN$ vom Spund, gleichlaufend mit der Axe des Faßes, durchschnitte. Es würde nemlich dieser Raum gleich

$$\frac{A . (z-1) B}{\surd(2z-1)}\cdot\left(\frac{1}{2}A\log\frac{\frac{1}{2}A}{\frac{1}{2}A-\eta} - \eta\right)\text{Sin}\,\psi.$$

Ich finde für das Faß pag. 27. IX. diesen letztern Raum gleich 3, Cubic-Fuße, für $\eta = \frac{1}{2}\,\frac{\prime}{\mu}\,\frac{1}{z-1} . B$.

§. 12.

§. 12.

Vom Inhalt des runden Faßes.

I. Wenn von dem Cubischen Inhalt eines Faßes die Rede ist, so verstehet man unter demselben allgemein jenen Raum, so weit das Faß von innen naß gemacht werden kann.

Es hängt daher der Cubische Inhalt eines Faßes insbesondere von der Figur der Dauben und Böden an ihrer innern Seite und dem Abstand der beyden Zargen des Faßes ab.

Was nun einmal die Figur der Dauben von innen anbelangt, so steht dieselbe nicht nur mit dem Fundamental-Verhältniß und der Stich-Zahl des Faßes in Verbindung, sondern sie hängt auch mit der Dicke und eigenen Gestalt der Daube, ihrer Breite nach, zusammen.

II. Wären die Dauben ihrer ganzen Länge nach alle durchgehends von einer und eben derselben Dicke und ihre innern Breiten-Flächen mit den äussern Breiten-Flächen gleichlaufend, so könnte man den Cubischen Inhalt des Faßes mit seiner Ausdehnung vergleichen pag. 66. Wäre nemlich der Spund-Durchmesser des Faßes $= A$; die Spund-Tiefe $= a$ nach pag. 66.; die Ausdehnung eines Theils des Faßes $= v$; für die Dauben-Absciße x; so könnte man den dieser Absciße in dem Faße zukommenden Raum durch die Näherung

$$\frac{a^3}{A^3} \cdot v$$

vorstellen, so lange x noch nicht dem halben Abstand bey-

beyder Zargen der längsten Dauben, oder der halben Wein-Länge gleichkommt.

Abweichungen in der Figur eines Faßes von aussen und innen.

III. Es hat aber weit dahin, daß diese Eigenschaft bey allen Dauben des Faßes zutreffen sollte. Denn auch bey dem schönsten Faß nach der Regel sind die Dauben nicht alle von gleicher Dicke. Selbst die Dicke von einer und eben derselben Daube ist an verschiedenen Stellen nicht einerley: denn alle sind in ihrer Mitte beträchtlich dünner als an ihren Enden; und ihre Figur, der Breite nach, hängt von der Willkühr oder dem Augenmaas des Küfers, bey Auskehlung der Daube auf der Schnitzbank, ab.

Bey so bewandten Umständen ist also die Figur jedes Faßes an seiner innern Seite immer irregulair, ohne alle Ausnahme; folglich läßt sich auch für die innere Figur des Faßes keine Gleichung construiren, welche derselben vollkommen Genüge leisten sollte.

IV. Hätte ein Faß von innen die Eigenschaften (II.), so würde dem ohngeachtet sein Cubischer Inhalt noch von der Figur seiner Böden an ihrer innern Seite abhängen. Diese Figur aber ist jedesmal ganz irregulair, der Boden mag eine Senkung von aussen haben oder gar nicht gesenkt seyn. Der Küfer haut nemlich jeden Boden gegen seinen Umfang zu etwas schief ab, damit er auf seiner Kannte genau die Breite der Zarge oder Gargel haben und in dieselbe satt eingepaßt werden möge.

Es richtet sich ferner der Küfer in Ansehung der Dicke, welche er den Böden geben will, nach den Umstän-

Umständen, in welchen das Faß gebraucht werden möchte. Ein dicker Boden muß also weiter gegen seinen Mittelpunct angehauen seyn, als ein dünnerer, wenn beyde ganz in einerley Zarge satt einpassen sollen.

Manchmal sind auch selbst die Bretter, aus welchen der Boden bestehet, unter einander ungleich dick; ja es wird dieses selbst bey einem Faß nach der Regel nicht allemal genau genommen.

V. Nimmt man das, was bisher gesagt worden, zusammen, so folgt geradezu hieraus, einmal: daß zwey Fäßer von gleichem Fundamental-Verhältniß, Stichzahl, Bauch-Durchmesser, Wein-Länge und Boden-Weite, in Absicht ihres Cubischen Inhalts verschieden seyn können. Es folgt zweytens: daß der Unterschied ihres Inhalts von der ungleichen Dicke und Gestalt ihrer Dauben nach der Breite und der Figur ihrer Böden abhangen müsse.

Dieser Unterschied möchte meinen Erfahrungen zufolge, die ich hierüber angestellt habe, in soferne er nur von den Dauben zweyer solcher Fäßer abhängt, von $\frac{1}{200}$ bis auf $\frac{1}{100}$ ihres Cubischen Inhalts sich belaufen, wenn auch einerley Böden in beyde Fäßer eingesetzt werden; verschiedene Böden aber ändern hierin noch ein merkliches.

VI. Aus diesen Gründen läßt sich also keine Regel ausfinden, nach welcher man den Cubischen Inhalt eines jeden Faßes aufs genaueste finden könnte. Man muß sich begnügen, nur die Gränzen anzugeben, innerhalb welche derselbe hineinfällt.

VII. Dem ohngeachtet aber hat man sich bisher eifrig bemühet, Formeln zu bearbeiten, nach welchen sich der Inhalt der runden Fäßer sollte berechnen lassen.

Man nahm nemlich freiwillig für das Faß eine gewiße Krümmung an, und suchte nachher durch die Erfahrung dieselbe an Fäßern, durch das Abaichen derselben, zu erproben. Allein so lobenswürdig diese Unternehmungen auch sind, so würde doch die Visier-Kunst eine größere Vollkommenheit durch dieselbe erlangt haben, wenn nicht bisher einige Stücke des Faßes bey diesen Untersuchungen wären ausgelassen worden, deren Einfluß auf den Inhalt des Faßes in manchen Fällen beträchtlich seyn kann. Ich will diese Bemühungen hier zuerst in möglichster Kürze anführen, und nachgehends Betrachtungen über dieselben anstellen.

VIII. Lange, ja wohl bis zu Anfang des 17ten Jahrhunderts war der Ausdruck, welchen man für Fäßer jeder Art construirte, immer einer und eben derselbe; man dachte sich nemlich das Faß als einen Cylinder, dessen Durchmesser zwischen der Spund-Tiefe und Böden-Weite des Faßes das Arithmetische Mittel hielt, und dessen Höhe der um die Böden-Dicken verkürzten Wein-Länge des Faßes gleich kam. Erst nachher bemerkte man, daß die Formel, nach welcher sich der Inhalt der Fäßer berechnen lassen möchte, nicht jene bestimmte Gestalt haben könne; und von dieser Zeit an haben wir den Bemühungen verschiedener berühmten Gelehrten eine ziemliche Anzahl solcher Ausdrücke zu verdanken, auf welche sich der Inhalt verschiedener runder Fäßer bringen läßt.

Mir sind bisher ohngefähr ein Dutzend derselben bekannt worden; und ich will diese hier hersetzen, ohne die

die Induction, welche auf dieselbe führte, allemal ganz vollständig einzurücken. Es würde diese die Bogenzahl dieser Abhandlung, meines Erachtens, unnöthiger Weise vermehren; weil die Induction einiger dieser Formeln auf eine sehr weitläuftige und mühsame Rechnung führet.

Nur über die Anwendung dieser Formeln oder eigentlich über eine zu weite Ausdehnung derselben sey es mir erlaubt, einiges zu bemerken.

IX. Es sey z. E. das Faß ECDF Fig. 6. das Faß (N) in VI.

Seine Spund-Tiefe $ab = a$; $aH = \frac{1}{2}ab = \alpha$.

Boden-Höhe $op = b$; $og = \frac{1}{2}op = \beta$.

Wein-Länge $oh = c$; $od = \frac{1}{2}oh = \gamma$.

Abscisse $Hd = y$; $av = \omega$.

Sein Unterschied $ab - op = d$; $aH - dH = ad = \delta$.

Nun ist ferner bekannt, daß man sehr lange den Faß-Körper auf einen Cylinder zu bringen suchte, dessen Durchmesser das Arithmetische Mittel zwischen der Spund-Tiefe und Boden-Weite des Faßes hält, und dessen Höhe der Wein-Länge des Faßes (VII.) gleichkommt. Nach dieser Annahme kam man auf den Ausdruck

$$E = 2\pi\gamma \cdot \tfrac{1}{4}(\alpha + \beta)^2 = 2\pi hd \cdot \tfrac{1}{4}(aH + og)^2.$$

Diese Formel läßt sich auch noch ausdrücken, wie folgt:

$$E = 2\pi \cdot \gamma \cdot \left(\alpha^2 - \alpha \cdot (\alpha - \beta) + \tfrac{1}{4}(\alpha - \beta)^2\right).$$

X. Statt dieser Formel schlug Herr Lambert eine andere vor, deren Anwendung weit ausgedehnter als der Formel IX. ist. Er suchte nemlich das Faß auf einen Cylinder zu bringen, dessen Höhe einerley ist mit der Wein-Länge des Faßes und dessen Durchmesser $= \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{3}\beta$ seyn sollte.

Nach dieser Annahme läßt sich der Cubische Inhalt des Faßes (N) berechnen nach dem Ausdruck:

$$E = 2\pi\gamma . (\tfrac{2}{3}\alpha + \tfrac{1}{3}\beta)^2 .$$

XI. Ausser dem Cylinder wurde auch der Kegel, vorzüglich von Hartman Bayer, in der Visierkunst gebraucht, um den Inhalt der Fäßer auf denselben zu bringen.

Man betrachtete nemlich das Faß als ein aus zwey gestutzten, senkrecht über einander stehenden geraden Kegeln zusammengesetzt.

Nach dieser Annahme wird

$$E = 2\pi\gamma\left(\alpha^2 - \alpha(\alpha - \beta) + \tfrac{1}{3}(\alpha - \beta)^2\right).$$

Diese Formel gibt also den Inhalt des doppelten gestutzten Kegels o a b p Fig. 5. Weil aber manchmal Fälle vorkommen können, in welchen man den Inhalt eines Theils m a b r des Kegels o a b m wissen möchte, und die Formel für denselben nicht in jeder Anweisung zum Fäßervisieren anzutreffen ist, so will ich dieselbe hier beyfügen.

Verlängert man nemlich die Seiten a o und p b des gestutzten Kegels, so schneiden dieselbe seine verlängerte Axe in dem Puncte P, und es ist

$$ad:od = aH:HP;\ HP = \frac{\alpha c.}{2.(\alpha-\beta)}$$

$$PH - HD : md = PH : aH;$$

und hieraus

$$md = aH.\left(1 - \frac{Hd}{PH}\right) = \alpha\left(1 - \frac{2y(\alpha-\beta)}{\alpha . c}\right).$$

Nun ist aber das Element des Coni gleich

$$\pi . md^2 . bd;$$

folglich das Integrale dieses Ausdrucks gleich

$$\pi y\left(\alpha^2 - 2y.\alpha\frac{(\alpha-\beta)}{c} + \tfrac{4}{3}y^2.\frac{(\alpha-\beta)^2}{c^2}\right),$$

nach welchem sich der Inhalt des Theils mabr des Kegels oabm berechnen läßt.

Setzt man in dieser Formel $y = \frac{1}{2}c$, und multiplicirt hernach dieselbe mit 2, so bekommt man die Formel für den ganzen doppelten gestutzten Kegel

$$2\pi\gamma\left(\alpha^2 - \alpha(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{3}.(\alpha-\beta)^2\right).$$

XI. Ausser dem Kegel selbst wurden auch noch die Kegel-Schnitte zu Berechnung der Fäßer angewandt, und vermuthlich war die Parabel unter denselben die erste, deren man sich hiezu bediente, weil ihre Anwendung hiezu unter den übrigen die leichteste ist.

Hiebey dachte man sich das Faß entweder als einen Körper, der entsteht, indem sich die Ebene goahfg, deren Bogen oah eine Parabel ist, um die Axe gf ganz herum dreht; oder man lies auch

 die

die halbe Parabel OaHo um die durch ihren Scheitel gezogene Axe sich drehen.

Für letztern Fall gibt Hr. Christian Martini in seiner Pythometrie der Fäßer, welche er unter dem Vorsitze Hrn. Mathias Hase, zu Wittenberg, vertheidigte, folgende Formel:

$$E = 2\pi\gamma . \tfrac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2); \text{ oder}$$

$$E = 2\pi\gamma . (\alpha^2 - \alpha(\alpha - \beta) + \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)^2).$$

XIII. Herr Martini berechnet auch in der angeführten Abhandlung das Faß als einen parabolischen Körper, der entsteht, indem sich die Ebene goahg (XII.) um die Axe gf herum drehet. Weil er aber auf einem etwas weitläuftigen Weg auf den Integral-Ausdruck für diesen Körper kommt, so will ich denselben auf einem kürzern Wege suchen.

Es ist nemlich nach (XI.) das Element eines jeden Körpers, auf welchen das Faß gebracht werden mag, gleich

$$\pi . md^2 . ld = \pi . (aH - a\upsilon)^2 . ld = \pi . (\alpha - \omega)^2 . dy;$$

und der Integral-Ausdruck für diesen Körper gleich

$$\pi . (\alpha^2 . y - 2\alpha\textstyle\int\omega\, dy + \int\omega^2\, dy).$$

Setzt man nun indessen den Parameter der Parabel $= p$, so ist

$$y = p^{\frac{1}{2}} . \omega^{\frac{1}{2}}; \quad dy = \tfrac{1}{2}\omega^{-\frac{1}{2}} . d\omega . p.$$

Werden diese Werthe in obigen Integral-Ausdruck substituirt, so ergibt sich das Integrale für den Theil mabr der Paraboloide folgendermaßen:

π.

$$\pi . \left(\alpha^2 . y - \tfrac{2}{3}\alpha . p^{\frac{1}{2}} . \omega^{\frac{3}{2}} + \tfrac{1}{5} p^{\frac{1}{2}} . \omega^{\frac{5}{2}}\right);$$ oder

$$\pi . y . (\alpha^2 - \tfrac{2}{3}\alpha\omega + \tfrac{1}{5}\omega^2).$$

Setzt man in diesem Integrale $y = \gamma$, und multiplicirt dasselbe mit 2, so wird für diesen Fall $\omega = \alpha - \beta = \delta$; demnach ist

$$E = 2\pi\gamma . \left(\alpha^2 - \tfrac{2}{3}\alpha(\alpha - \beta) + \tfrac{1}{5}(\alpha - \beta)^2\right).$$

XIV. Ausser der Parabel wandte auch Hr. Martini bereits im Jahr 1778. die Ellipse zu Berechnung des Inhalts eines Faß-Körpers an.

Setzt man nemlich, es sey in Fig. 5. der Bogen oah einer Ellipse zugehörig, deren halbe lange Axe $= oH = k$, und halbe kurze Axe $= aH = \alpha$ ist, so hat man folgende Gleichung für die Fläche durch md:

$$\pi\, md^2 = \pi\, aH^2 . \left(1 - \frac{dH^2}{oH^2}\right) = \pi\alpha^2 . \left(1 - \frac{y^2}{k^2}\right).$$

Diese Fläche mit dy multiplicirt, und den Differential-Ausdruck integrirt, gibt das Integrale für den Theil mabrm der Ellipsoide gleich

$$\pi . \alpha^2 . y . \left(1 - \tfrac{1}{3}\frac{y^2}{k^2}\right).$$

Nun wird aber für $y = \gamma$ auch $md = og = \beta$ in Fig. 5.; folglich auch aus der Gleichung für die Ellipse

$$k^2 = \frac{\alpha^2 . \gamma^2}{\alpha^2 - \beta^2};$$

demnach obiger Theil der Ellipsoide:

$$\pi \cdot y \cdot \left(\alpha^2 - \tfrac{1}{3} y^2 \cdot \frac{(\alpha^2 - \beta^2)}{\gamma^2}\right).$$

Multiplicirt man dieses Integrale mit 2, und setzt $y = \gamma$, so wird aus demselben

$$E = 2\pi\gamma\left(\alpha^2 - \tfrac{2}{3}(\alpha - \beta) + \tfrac{1}{3}(\alpha - \beta)^2\right)$$

als der Ausdruck für die ganze Ellipsoide.

XV. Um das Faß auf die Kreis-Linie zu bringen, gab sich Hr. Martini in besagter Abhandlung ebenfalls sehr viele Mühe; er kam aber hiebey meistens auf Differential-Ausdrücke, die er in damaliger Zeit für nicht integrabel hielt. Ob nun wohl dieses heut zu Tage bey manchem seiner construirten Ausdrücke eine Ausnahme leidet, so führet doch die Integration derselben auf eine weit ausgedehnte Rechnung, daß man sie lieber gar nicht vornehmen mag, weil sie dem ohnerachtet auf eine Näherung hinaus laufen.

Nach ihm war meines Wissens Hr. Lambert der erste, welcher das Faß auf den Kreis brachte, indem er auf dem Wege der Näherung folgenden Ausdruck für dasselbe angab:

$$E = 2\pi\gamma \cdot \left(\alpha^2 - \tfrac{2}{3}\alpha(\alpha - \beta) + \tfrac{2}{9}(\alpha - \beta)^2\right).$$

Auf diese Formel kommt man auch, wenn man den Differential-Ausdruck für das Element (XIII) des als circularisch gekrümmt angenommenen Faß-Körpers nach jener Methode annimmt, welche Hr. Hofrath Kästner in dem Ersten Stück 1787. des Leipziger Magazins für reine und angewandte Mathematic, gezeigt

zeigt hat, welche auch unstreitig die einfachste und vortreflichste ist, auf welche man kommen mag.

In dem nemlichen Stück dieses Magazins berechnete auch Hr. Ludwig Obereit in Dresden eine Formel für ein Faß, dessen Dauben circularisch gekrümmt seyn sollten, nach einer besonders brauchbaren Integrations-Methode, und findet durch Zusammenziehung seiner Reihe die nemliche Form, welche Hr. Lambert und Hr. Hofr. Kästner gefunden hatten.

XVI. Eben diesem Hrn. Obereit haben wir auch jene Formel zu verdanken, nach welcher sich das Faß auf eine Hyperboloide bringen läßt. Sie ist folgende:

$$2\pi\gamma\left(\alpha^2 - \tfrac{2}{3}\alpha.(\alpha-\beta) + \tfrac{5}{28}(\alpha-\beta)^2\right).$$

XVII. Nicht minder machte sich Hr. Obereit auch um die Visier-Kunst verdient, durch die Construction jener Formel, nach welcher das Faß auf einen Conchoidischen Körper reducirt wird. Es ist nemlich nach dieser Annahme

$$E = 2\pi\gamma.\left(\alpha^2 - \tfrac{2}{3}\alpha.(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{255}.(\alpha-\beta)^2\right).$$

XVIII. Ausser diesen stellte auch noch Hr. Camus einen andern Ausdruck für das Faß auf, indem er dasselbe in vier gleiche Theile theilet, und von diesen die zwey mittlern für parabolische Bogen, die zwey äussern aber als deren Tangenten annimmt. Seine Formel ist folgende:

$$E = 2\pi\gamma.\left(\alpha^2 - \tfrac{7}{9}(\alpha-\beta) + \tfrac{34}{135}.(\alpha-\beta)^2\right).$$

XIX. Hr. Lulofs, Professor in Leiden, gab folgende Formel für den Faß-Körper:

$$E = 2\pi\gamma \cdot \left(\alpha^2 - \tfrac{4}{5}(\alpha - \beta) + \tfrac{4}{25}(\alpha - \beta)^2\right).$$

XX. Ferner hat auch noch Hr. Busse, Prof. der Mathem. in Dessau, neuerdings einen Ausdruck für den Faß-Körper bekannt gemacht.

Wenn nemlich der Buchstabe C den Cylinder (IX.) vorstellt, so setzt Hr. Busse:

$$E = \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{n}\right) C;$$

oder nach den bisher gebrauchten Zeichen:

$$E = 2\pi\gamma \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{n}\right)\left(\alpha^2 - \alpha(\alpha - \beta) + \tfrac{1}{4}(\alpha - \beta)^2\right)$$

in welchem Ausdruck $n = 2(\alpha - \beta) = a - b$ ist.

Bemerkungen über diese Formeln.

XXI. Wenn man nun die bisher angezeigten Formeln, nach welchen sich der Inhalt des Faß-Körpers berechnen läßt, unter einander vergleicht, so findet man, daß dieselben in Absicht auf ihre Gestalt so ziemlich mit einander überein kommen. Denn ausser den Formeln IX, XI, XX, sind die übrigen alle nur in Ansehung ihres dritten Gliedes von einander verschieden.

So nahe aber diese Formeln in Ansehung ihrer Gestalt mit einander überein kommen, so folgt doch nicht, daß die Figur der Fäßer, deren Inhalt sie angeben sollen, auch so nahe mit einander verwandt seyn sollten.

Denn,

Denn, wenn z. E. der Ausdruck (XIII.) dem Inhalt eines Faßes (N) vollkommen angemessen ist, so folgt noch gar nicht daraus, daß auch die Figur dieses Faßes genau eine Parabolische seyn müßte, weil das Faß nach II, III, IV, V, in Ansehung seiner Figur von innen, von seiner äussern Figur abweichen kann.

Der Ausdruck (XIII.) zeigt also meines Erachtens nur so viel an: Der Inhalt des Faßes (N) läßt sich am füglichsten auf eine Paraboloide bringen, bey welcher jene zwey ihrer halben Ordinaten, die um die corrigirte halbe Wein-Länge des Faßes von einander abstehen, der gemessenen halben Spund-Tiefe und halben Boden-Weite des Faßes gleich sind. Wollte man aber das Faß selbst als eine Paraboloide aufreißen, so könnte man für dasselbe eine Figur bekommen, welche von der eigentlichen Figur des Faß-Körpers um ein merkliches abweichen könnte.

Denn nur in dem Falle, wenn das Faß (N) die Eigenschaften (II.) hätte, und noch überdies seine beyde Böden auf das genaueste durchaus ebene Scheiben wären, müßte seine Figur auch genau eine Parabolische seyn.

Berechnet man z. E. den Inhalt des Faßes von 5 Stichen in dem Fundamental-Verhältniß $\frac{1}{2}$ nach der parabolischen Krümmung, so trift das Resultat so ziemlich mit dem wahren Inhalt desselben zusammen, und dennoch ist seine Figur sicher keine parabolische: denn seine Abscissen und Ordinaten stehen mit den gleichnahmigen parabolischen also neben einander:

Parabel.	Faß=Linien.
0,0312	0,02792
0,1250	0,15120
0,2810	0,31760
0,5000	0,50000

Jenes Faß lauft also nach seinen Köpfen etwas gerader zu, als die parabolische Linie mit sich bringt; und sein Inhalt kommt nur deswegen jenem der Paraboloide nahe, weil diese nach oben zu durch ihre größere Wölbung den Theil wieder ergänzt, um welchen sie in ihrer Mitte flächer als der Faß=Körper ist.

XXII. Es sind zweytens alle diese Formeln von drey Dimensionen an einem Faß abhängig, von welchen keine ein bestimmtes Verhältniß zu einer andern Linie des Faßes aller Orten hat.

Die Spund=Tiefe ist für ein gegebenes Faß zufällig.

a.) Was nemlich zuerst die Spund=Tiefe anbelangt, so ist diese, auch selbst bey einem Faß nach der Regel, nur zufällig: denn sie hängt blos allein von der Dicke der Spund= und Lager=Daube ab, und zwar von der letztern mehr, als von der erstern. Die Küfer wählen nemlich meistentheils für die Spund=Daube jene aus, die etwas dicker als die übrigen ist. Mißt man also die Spund=Tiefe so, wie dieselbe die Spund= und

und Lager-Dauben ergeben, so mißt man eigentlich eine Linie, die von der wahren Spund-Tiefe, welche man zu dem Ausdruck (E) braucht, um so viel abweicht, als der Unterschied der Dicke der Spund-Daube gegen die andern Dauben ausmacht; vorausgesetzt, daß die Lager-Daube mit den übrigen einerley Dicke hat. Wäre dieser Unterschied $=(u)$, und die wirkliche Spund-Tiefe $= t$, so wäre die wahre Spund-Tiefe $= t - u$, wenn die Lager-Daube mit den übrigen Dauben einerley Dicke hat. Ist aber diese um den Theil (w) dicker oder dünner als die übrigen, so wäre die wahre Spund-Tiefe gleich

$$t - u \pm w.$$

Diese Corrections-Theile sind auch wirklich grösser, als man dem ersten Anschein nach glauben sollte. Denn es kann für $t = 5$ Fuß, der Werth von (u) und (w) leicht $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{40}$ Fuß seyn. Ob aber schon $u > w$, so ist doch die Folge, welche der Theil (w) auf die Länge der Spund-Tiefe hat, in manchen Fällen größer als des Theiles (u); denn diesen kann man an dem Faße messen, jener aber kann bey dem Faße vorhanden seyn, ohne daß man es weiß; weil man bey einem etwas großen Faß, auch wenn es leer ist, die Lager-Daube durch den Spund nicht wohl sehen kann; auch selbst das Sondiren mit dem Stabe überzeugt nicht allemal hinlänglich.

Ausser diesen bereits erzählten Dingen ist auch die wahre Länge der Spund-Tiefe eines Faßes noch von einer physischen Eigenschaft des Flüßigen abhängig, welches bisher in dem Faße aufbewahrt worden. Ist das Flüßige Wein, so setzt sich der Weinstein auf die Lager-Daube, und verkürzt dadurch die Spund-Tiefe. Ist das Flüßige Bier, so muß das Faß ausgepicht seyn, damit die Luft nicht auf dasselbe durch

die Dauben und Fugen derselben wirken kann. Aber bey dem Pichen selbst kommt der Spund allemal oben zu stehen, und die Hefe legt sich daher in größerer Quantität auf die Lager-Daube an, so daß dieselbe auf dieser Seite immer dichter als auf einer andern Seite zu stehen kommt.

Endlich kann auch die Spund-Tiefe eines Faßes durch betrügerisches Aushauen der Spund-Daube, und durch vorsetzlich betrügerische Fügung der Dauben um die Spund- und Lager-Dauben p. 56. IV. um ein merkliches größer werden. Auch das Versetzen der Lager-Daube kann man hieher zählen, wenn nemlich der Küfer mit Vorsatz die Kannte der Lager-Daube gegen den Spund richtet, um die Spund-Tiefe dadurch länger zu machen.

Auch die Wein-Länge ist für ein Faß nach der Regel nicht immer dieselbe.

b.) Ueberleget man ferner, was pag. 55. II. über die Länge der Köpfe oder Frösche der Dauben gesagt worden, so siehet man, daß einem und eben demselben Faß, wenn es an verschiedenen Orten verfertiget wird, auch eine veränderliche Wein-Länge zukommen könne.

c.) Mit der Wein-Länge aber wächst und fällt die Boden-Weite des Faßes; aber ja nicht in geradem Verhältniß mit derselben. Denn es hängt das Increment dy des Bodens für das Increment dx der Dauben-Abscisse, von dem Fundamental-Verhältniß des Faßes und seiner Stich-Zahl ab.

Es ist nemlich nach pag. 51.

$$d\eta = \frac{N.k.M.xdx}{\sqrt{(k^2+Mx^2)^3}};$$

folg-

folglich ist auch die Boden-Weite eines und eben desselben Faßes nicht aller Orten ein- und eben dieselbe.

Auch der Quotient aus dem Unterschied der Spund-Tiefe und Boden-Weite durch die Wein-Länge ist für das nemliche Faß nicht immer derselbe.

XXIII. Setzt man die corrigirte Wein-Länge des Faßes $= c - g$, so wäre der Quotient (d), welchen man bekommt, wenn man den Unterschied der Spund-Tiefe und Boden-Weite mit der corrigirten Wein-Länge dividirt, folgender:

$$d = \frac{a - b}{c - g}.$$

Dieser Quotient ist also für ein Faß (N) von z Stichen und Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$, nach (XXII.) nicht beständig, weil jedes Glied desselben keine beständige Größe ist.

Ich will also setzen als eine Näherung, es sey

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b} + \frac{\Delta c + \Delta g}{c - g},$$

wo ich Δc, Δb, Δg als negativ angenommen habe.

a. In diesem Differential-Ausdruck mag also Δa und Δg den Theil vorstellen, auf welchen man bey Abmessung der Spund-Tiefe und Wein-Länge des Faßes gewiß bleibt. Es bestimmt sich also Δa aus XXII. a.); und Δg hängt von der Schätzung der Boden-Dicke, und der Kym- oder Zargen-Breite ab; wenn das Faß keine Senkung hat.

Man

Man nimmt nemlich gewöhnlich die halbe oder ganze Dauben-Dicke für die Dicke des Bodens und der Boden-Zarge an; verkürzt also die von aussen gemessene Linie von einem Boden des Faßes zum andern, um das doppelte dieser Länge um die corrigirte Wein-Länge des Faßes $= c - g$ zu bekommen.

Da also diese corrigirte Wein-Länge nur blos von einer Schätzung abhängt, indem die Kym-Breite und Boden-Dicke nicht in die Augen fallen, so kann es leicht geschehen, daß der Werth von Δg bis auf $\frac{1}{48}$ Fuß, ja in manchen Fällen wohl gar bis $\frac{1}{24}$ Fuß anwachsen kann.

b. Ferner hängt auch der Werth von Δc bey einem Faß nach der Regel, das nach einerley Stich-Zahl und Fundamental-Verhältniß bey gleicher Dauben-Länge an verschiedenen Orten verfertiget wird, von den pag. 55. angezeigten Umständen ab.

Es kann also für einerley Faß nach der Regel die Wein-Länge ungefähr auf $\frac{2}{30}$ der Dauben-Länge anwachsen oder abnehmen.

Folgerungen hieraus.

Um nun die Folgen angeben zu können, welche dieses Abnehmen und Zunehmen der Wein-Länge für einerley Faß auf den ihm zukommenden Quotienten (d) haben möge, will ich das Faß pag. 27. IX. vornehmen.

Es sey nun für dasselbe $a - b = 0',878$ beynahe; $c = 7\frac{1}{2}$ Fuß.

$$\frac{da}{a-b} = \frac{1}{50};\ \frac{db}{a-b} = \frac{1}{20};\ \frac{dc+dg}{c-g} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{48}}{7\frac{1}{3}} = \frac{1}{20} \text{ circa.}$$

Nach

Nach diesen Datis wird also das Increment des Quotienten

$$\Delta d = \frac{3}{25} \cdot \frac{6}{50} \text{ beynahe.}$$

Für $\Delta a = 0$; wird auch

$$\Delta d = \frac{3}{25} \cdot \frac{1}{10} \text{ . beynahe.}$$

Hieraus kann man folgenden Schluß ziehen:

Bey einem Faß, das in dem Verhältniß $\frac{1}{2}$ auf 5 Stiche bey einer Dauben-Länge von 8 Fuß, und Wein-Länge $= 7\frac{1}{3}$ Fuß, aufgesetzt ist, wird der Quotient (d) um $\frac{1}{10}$ seines Werths größer, wenn die Wein-Länge dieses Faßes um $\frac{1}{16}$ seiner Länge kürzer gemacht wird.

Würde also bey diesem Faß an einem Orte nach Handwerks-Regeln die Höhe der Köpfe von 3 Zoll, auf eine Dauben-Länge von 8 Schuh, an einem andern Orte aber nach dasigen Handwerks-Regeln, für das nemliche Faß die Höhe der Köpfe 6 Zoll angenommen, so wäre der Quotient (d) für das eine Faß um $\frac{1}{10}$ kleiner als für das andere Faß, ob schon die Figur dieser beyden Fäßer, da sie auf einerley Fundamental-Verhältniß $\frac{1}{2}$, und Stich-Zahl 5 und nach einerley Fügungs-Methoden aufgesetzt sind, eine und eben dieselbe seyn muß, es mag das eine disseits, das andere aber jenseits des Aequators verfertiget werden.

Da also dieser Quotient für ein und eben dasselbe Faß veränderlich ist, so kann derselbe kein besonderes Merkmal abgeben, runde Fäßer in Absicht auf ihre Figur zu unterscheiden.

Sollen

Sollen also die Merkmale angegeben werden, warum sich ein Faß (N) auf den Ausdruck XIII., ein anderes (M) aber auf den Ausdruck XIV. bringen läßt, so müssen ausser der Spund-Tiefe, Boden-Weite und Wein-Länge, auch noch andere Dinge an einem Faße gemessen werden.

Ich will also nun meine Meinung hierüber anzeigen, und zuerst die Eigenschaften eines Ausdrucks für ein Faß bemerken.

Eigenschaften einer Faß-Formel.

XXIV. Ich verstehe unter einer Faß-Formel einen Ausdruck, auf welchen der Inhalt eines Faßes (N) gebracht wird, um nach demselben alle Fäßer, welche mit dem Faß (N) von einerley Gattung sind, berechnen zu können.

Nach diesem Grundbegriff folgt also:

I. daß derselbe nichts in sich enthalten müsse, was den Inhalt des Faßes zu ändern vermag, ohne die Figur des Faßes selbst zu ändern.

II. Müssen mit ihm die Merkmale verbunden werden, nach welchen sich ein Faß (K) von dem Faße (N) unterscheidet.

a. Was nun die erstere Eigenschaft anbelangt, so ändert ein dickerer und gesenkter Boden den Inhalt eines Faßes, ohne Beziehung auf die Figur desselben, folglich kann der Boden in der Faß-Formel, wenn sie allgemein für alle Fäßer von der Gattung des Faßes (N) passend seyn soll, nicht vorkommen.

Soll

Soll aber der Boden aus der Faß-Formel hinweg geschafft werden, so muß man dem Inhalt des Faßes noch den Theil des Flüßigen hinzu thun, welchen er aus der Stelle treibt, ehe man der Formel ihre Gestalt gibt.

Vorschlag zur Construction einer Faß-Formel.

Dies kann meines Erachtens auf folgende Art am füglichsten geschehen:

1. Man aichet das gegebene Faß aufs genaueste ab, findet auch z. E. den Inhalt desselben von P landüblichen Maaßen, deren eines genau (1) Cubic-Fuße hält.

2. Man mißt mit einem Riemen (auf welchem die Durchmesser der Kreise aufgezeichnet seyn mögen) das Faß an seinem Umfang durch seine Mitte, und an seinen Köpfen, und findet daraus die Stichzahl des Faßes, pag. 48. IV. und p. 50. VI.

3. Mißt man auch die Länge der kürzesten Daube $=$ B; und die Weite jedes Faß-Bodens . $=$ b; und die Boden-Senkung $\frac{1}{u}$ b und bekommt aus B und der Kopf-Weite das Fundamental-Verhältniß des Faßes, nach pag. 50. VI.

4. Wird ein Faß-Boden aus dem Faß herausgenommen, das Faß selbst senkrecht aufgestellt, und nun nach und nach so viel Wasser auf den noch in dem Faße befindlichen Boden eingegossen, bis der Wasser-Spiegel die höchste Stelle desselben berühret. Die Anzahl der Maaße sey $=$ o.

5. Ist der Boden mit Wasser nach (4) bedeckt, so sticht man mit einem langen, an seinem untern Ende scharf zugeschnittenen Stabe durch das Faß an der Spund-Daube und nachher auch an der Lager-Daube hinunter und bemerkt auf diesem Stab den Abstand der innern Gränzen bey der Kyme oder Zarge, das ist die Wein-Länge des Faßes $= c$.

6. Sticht man mit dem nemlichen Stab auch an beyden Seiten-Dauben hinunter, und bemerkt, wie tief jedesmal das zugeschnittene Ende des Stabes unter dem Wasser-Spiegel steht oder wie weit der Stab naß gemacht worden. Diese Tiefe sey $= \lambda$.

Bey diesem Faße treibt also dieser Boden die Menge des Flüßigen

$$\tfrac{1}{4}\pi \,.\, b^2 \,.\, \lambda : l - o$$

aus der Stelle; und es wäre diesem zufolge der Inhalt des Faßes, wenn seine Böden an ihrer innern Seite ebene Scheiben wären, das ist, der Inhalt von einer Boden-Zarge zur andern, oder der Inhalt durch die ganze Wein-Länge, gleich

$$P + \tfrac{1}{4}\pi \,.\, b^2 \,.\, (\lambda' : l - o + (\lambda' : l - o')),$$

wo λ' und o' mit λ und o gleichartig für den andern Boden sind.

b. Ich will nun den Raum des Faßes von einer Boden-Zarge der Seiten-Dauben zur andern ein für allemal durch S bezeichnen; so wird seyn für jedes Faß der Raum

$$l\,P = S;$$

c. Es

c. Es bezeichne ferner der Buchstabe (F) einen Cylinder, der gleiche Höhe mit der Wein-Länge = c des Faßes, und bey einem Durchmesser (ε) gleichen Raum mit dem Faße hat; so wird seyn

$$F = S = \tfrac{1}{4} \pi \varepsilon^2 . c;$$

demnach

$$\varepsilon = 2 \sqrt{(S : \pi c)}.$$

Man berechne also den Durchmesser = ε des Cylinders, den man um so zuverläßiger finden wird, je mehr man mit Fäßern einerley Geschlechts diese Abmessungen vorgenommen hat.

d. Hätte man nach a. 2 den Faß-Stich = z, nach a. 3 das Fundamental-Verhältniß des gegebenen Faßes (N) gefunden, so könnte man sagen, der Inhalt eines Faßes von z Stichen, in dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$, kommt mit einem Cylinder überein, dessen Höhe der ganzen Wein-Länge des Faßes gleich kommt, und dessen Durchmesser = ε ist.

Es sey z. E. auf dem eben angezeigten Wege der Inhalt eines Faßes von 121 Cubic-Fußen gefunden worden;

seine Wein-Länge sey = 8 Fuß;
. . Boden-Weite . = 4 Fuß;

so ist einmal der Durchmesser eines Cylinders von gleicher Höhe und Inhalt:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{4 S}{\pi c.}} = \sqrt{4 . 121 : 3,14 . 8}; \text{ oder}$$

$$\varepsilon = 4,3894 . \text{ Fuß.}$$

e. Der Ausdruck (c) leistet nun zwar der ersten Bedingung (XXIV.) ein Genüge, weil er nichts in sich enthält, was den Inhalt des Faßes ändern mag, ohne Beziehung auf seine Figur. Auch sind mit demselben die Haupt-Merkmale verbunden, durch welche sich das Faß (N) von einem andern unterscheidet, nemlich der Faß-Stich z und das Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$; allein es ist an dem Faße noch ein inneres Merkmal übrig, durch welches sich sein Inhalt bey einerley Figur des Faßes, von einem Faße (K), das mit ihm einerley Stich-Zahl und Fundamental-Verhältniß hat, unterscheidet, und dieses Merkmal ist die Wein-Länge des Faßes (N). Es wurde diese Wein-Länge bey dem Faße (N) $= c = qb$ angenommen; allein aus dem, was pag. 55. II. gesagt worden, erhellet, daß die Wein-Länge des Faßes (K) auch $c \pm \Delta c$ seyn könnte. Für dieses Faß würde also in (c)

$$\epsilon = 2\sqrt{((S \pm \Delta S) : \pi(c \pm \Delta c))}.$$

f. Es kommt nun noch darauf an, zu untersuchen, wie groß Δc seyn möge, und in wieferne ΔS mit Δc zu- oder abnimmt.

Was einmal Δc anbelangt, so konnte man für die äusserste Grenze desselben, nach pag. 55. II., $\frac{1}{18}$ der Länge der kürzesten Daube mit vieler Wahrscheinlichkeit nehmen; um aber in der Faß-Formel die Grenzen für die Wein-Länge so weit als möglich zu setzen, will ich diese Grenze dem $\frac{1}{12}c$ gleich setzen; so daß also der Ausdruck Δc allgemein durch $\frac{lc}{12}$ vorgestellt werden kann.

Für das Faß (N) wäre also $l = 0$; und für das Faß (K), dessen Wein-Länge die größte unter

Fäßern von z Stichen in dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ seyn soll, wäre $l = 1$.

g. Um das ΔS für ein jedes Δc zu bekommen, muß man Versuche zu Hülfe nehmen. Man kann folgendermaßen verfahren:

Man stellt das Faß (N), welches man gleichsam zu einem Regulator bey Construction der Faß-Formel gebrauchen will, aufrecht, und gießt dasselbe bey abgenommenem obern Boden so weit mit Wasser voll, bis es überläuft.

Wollte man einen Stab in das Faß stecken, und das Wasser nach und nach eingießen, so würde man das Gesetz finden können, nach welchem der Inhalt des Faßes mit seiner Wein-Länge zunimmt. Allein in den allermeisten Fällen ist diese Genauigkeit gar nicht nothwendig, sondern man gießt das Faß so weit voll, bis es überläuft, und merkt sich die Anzahl (t) der Maaße, welche man eingegossen hat. Der Wasser-Spiegel stehe nun um $\frac{1}{w}c$ über seiner Zarge.

Weil nun $\frac{1}{w}$ Unterschied in der Wein-Länge, selbst eines der größten von den gewöhnlichen Fäßern, immer nur geringe seyn kann, so kann man durch eine Näherung den jedesmaligen Werth von ΔS in der Faß-Formel auch ausdrücken, wie folgt:

Es sey $S : 2t = \frac{1}{r} S$; so kann man auch ohne auffallenden Fehler setzen $\Delta S = \frac{2}{r} S \cdot \frac{l \cdot w}{12}$, und es bekommt dadurch der Ausdruck für den Durchmesser des Cylinders, welcher bey gleicher Wein-Länge mit dem

dem Faß einerley Inhalt mit demselben hat, folgende Gestalt:

$$s = 2\sqrt{\left(1+\frac{2w}{r}\,\frac{l}{12}\right)S : \pi\left(1+\frac{l}{12}\right)qb}.$$

Um dieses mit einem Exempel zu erläutern, nehme ich fürs erste ein Faß (N) wieder an, welches schon in (d) zum Beyspiel aufgestellt worden.

Es war seine Wein-Länge = 8 Fuß, und Boden-Weite = 4 Fuß. Inhalt = 43 Aymer.

Nun ragen die Köpfe seiner kürzesten Dauben um 4 Zoll über die Kym oder Zarge vor, und man kann, im Fall das Faß durch seine Wein-Länge gefüllt ist, noch $1\frac{1}{2}$ Aymer hinein gießen, bis es überläuft.

Hier ist also

$$\frac{1}{w} = \frac{4}{2.8} = \frac{1}{24};\ \text{und}\ \frac{1}{r} = 1\tfrac{1}{2} : 43 = \frac{3}{86}.$$

Nun sey ferner ein anderes Faß (K) ebenfalls von 5 Stich und Fundamental-Verhältniß $\frac{1}{2}$ gegeben, dessen Boden = 24 Zoll, die Wein-Länge aber $49\frac{1}{2}$ Zoll messe.

Bey dem vorigen Faß war also die Wein-Länge das Doppelte des Bodens; hier aber ist das Verhältniß $1 : \frac{2}{16}$; so daß also die Wein-Länge dieses Faßes um $\frac{1}{16}$ größer als bey jenem ist. Sein Inhalt sey 16,5 Cubic-Fuß.

Deswegen ist $\frac{l}{12} = \frac{1}{16}$; oder $l = \frac{3}{4}$; und für diesen Fall der Durchmesser

$$s = 2.\sqrt{.\left(\left(1+\frac{2.3.24.3}{86.12.4}\right)S : \pi.\frac{49\frac{1}{2}}{12}\right).} = 2{,}2996.$$

h. Aus dem, was bisher gesagt worden, ersiehet man, daß etwas mehr Arbeit erfordert werde, als bisher gewöhnlich war, wenn man eine Faß-Formel für ein gegebenes Faß construiren will. Man muß nemlich nicht nur das Faß (wie bisher immer geschehen), sondern auch seine Böden abaichen. Wer sich mit dergleichen Abaichungen der Fäßer abgibt, und ein gutes Augenmaas hat, der kann sich durch Uebung eine große Fertigkeit in Schätzung des Flüßigen erwerben, welches ein Faß-Boden von verschiedener Dicke, Senkung und Weite in dem Faß aus der Stelle treibt; und dies ist meines Erachtens eine Sache, die von einem Manne, der sich mit Fäßer visieren beständig abgibt, das ist, von einem Visierer, mit Recht verlangt werden kann. Ein solcher kann sich auch über die Faß-Böden Tabellen halten.

Er muß aber auch für mehrere Gattungen der Fäßer dergleichen Versuche anstellen, damit er im Stande ist, den Durchmesser s des Cylinders für jedes derselben sogleich angeben zu können.

Es versteht sich von selbst, daß man jedesmal zu dergleichen Versuchen ein Faß wähle, das (so viel es nur immer seyn kann) nach der Regel aufgesetzt ist.

Ist ein solches Faß ganz neu verfertiget, so muß man ja nicht die Abaichung mit demselben vornehmen, ehe man dasselbe mit Wasser ausgegossen, eine Zeit lang hat stehen lassen. Denn das Wasser zieht sich in die Fugen und in die Masse der Dauben; und es würde also die Aich zu viel geben. Ich fand diesen Unterschied bey einem Faße von 20 Aymern gleich $\frac{1}{150}$ des Inhalts.

i. Hat man nun für ein gegebenes Faß (N) von dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ und Stich-Zahl z die Faß-Formel construirt, so muß man auch die Grenzen aufsuchen, innerhalb welchen derselbe für Fäßer dieser Art gültig seyn mag.

Denn da nach (IV.) zwey Fäßer von durchaus gleichen Dimensionen, ihrem Inhalte nach, wegen irregulairer Figur ihrer Dauben an der innern Seite in etwas von einander abweichen können, so folgt, daß jede Faß-Formel den Inhalt eines Faßes nur innerhalb gewißer Grenzen angeben könne.

Diese Grenzen findet man folgendermaßen:

Man berechnet den Inhalt eines Faßes durch seine ganze Wein-Länge (a) und aichet nachher dasselbe nach (a. 1. 4. 5. 6.) ab.

Gibt nun die Rechnung den Inhalt $= v$, die Abaichung $= w$; so ist $v - w$ der Unterschied zwischen beyden, und diese Abweichung ist gleich

$\frac{v - w}{w}$ des ganzen Inhalts.

k. Man siehet, daß man auf diesem Wege auf Fäßer kommen könnte, für welche diese Abweichung eine größte oder die kleinste werden könnte; und daß diese sodann dienen könne, die Grenzen für die Faß-Formel auszufinden.

Es sey nun die größte entdeckte Abweichung $= f\,S$,
die kleinste . . . . $= k.S$.

Auch sey der Durchmesser eines Cylinders (H), der bey gleicher Wein-Länge mit dem Faße einerley Inhalt

Inhalt mit diesen Abweichungen hat, gleich a „ b; so ist

$$\mathfrak{a}^2 = \mathfrak{f}\,\varepsilon^2,$$

$$\mathfrak{b}^2 = \mathfrak{k} \,.\, \varepsilon^2.$$

Diesen Cylinder werde ich fernerhin den Abweichungs-Cylinder heißen.

Man finde z. E. daß nach diesem Verfahren auf 100 Maas höchstens eine fehle, und auf 256 Maas wenigstens eine Maas gewiß bleibe, so wäre

$$\mathfrak{f} = \frac{1}{100}. \quad \Big| \quad \mathfrak{a} = \frac{1}{10}\,\varepsilon.$$

$$\mathfrak{k} = \frac{1}{256}. \quad \Big| \quad \mathfrak{b} = \frac{1}{16}\,\varepsilon.$$

XXV. Dies wäre nun nach meiner Meinung der Weg, auf welchem ein System in das Geschäfte des Visierers gebracht, und alle freywillig angenommene Hypothesen aus derselben weggeschafft würden. Denn dadurch, daß ich die Böden aus der Faß-Formel gelassen habe, wird nun die Vergleichung des Faßes mit einem Cylinder völlig geometrisch richtig; und da ich auch die Merkmale angegeben habe, durch welche ein Faß von einem andern unterschieden werden muß, so wird dadurch auch die Anwendung derselben determinirt. Uebrigens ist auch der Gebrauch dieser Formel der einfachste.

Denn es kommt nur darauf an, für ein Faß, das man zum Regulator angenommen hat, den Cylinder-Durchmesser ε zu suchen. Hat man diesen gefunden, so berechnet man ein jedes Faß, das mit dem Regulator auf einerley Stich-Zahl und Fundamental-Verhältniß aufgesetzt ist, als einen Cylinder, dessen Höhe der Wein-Länge desselben gleich, und dessen Durchmesser $= \varepsilon$ ist.

Hieraus könnte man nun folgern, daß man so viele Fäßer zu Regulatoren annehmen müßte, als Stich-Zahlen und Fundamental-Verhältnisse möglich sind. Allein es möchte weit hin haben, daß diese Meinung richtig seyn sollte, und zwar aus folgenden Gründen.

Erstens: Wenn einmal der Durchmesser ε für ein Faß (N) gefunden ist, so ist er auch zugleich für alle andere Fäßer gefunden, die mit diesem Faße bey einerley Dauben-Abscissen auch einerley Ordinaten haben.

Wäre demnach ein Faß (k) nach der Regel von y Stichen und Fundamental-Verhältniß $\frac{n}{m}$ mit dem Faß (N) von gleicher Dauben- und Wein-Länge, so verhielten sich die Ordinaten der Fäßer (N) und (k) wie $\frac{\nu}{\mu}\,\frac{t}{z-1} : \frac{n}{m}\,\frac{t}{y-1}$.

Findet man nun, daß sich bey den Fäßern (N) und (k) verhalte

$$\frac{\nu}{\mu} : \frac{n}{m} = \frac{t}{y-1} : \frac{t}{z-1},$$

so ist auch zugleich der Durchmesser ε für jene Gattung von Fäßern gefunden, zu welcher das Faß (k) gehöret.

Zweytens ist auch nicht vonnöthen, jenen Durchmesser für jede pag. 35. angezeigte Gattung der Fäßer zu suchen: denn diese kommen bey weitem nicht alle vor. Es ist genug, wenn man denselben für die gewöhnlichsten Gattungen hat, und da wird man meistens mit ungefähr einig . Dutzenden ausreichen.

Drittens: Für Fäßer, welche von der Regel merklich abweichen, läßt sich durch eine leichte Inter-

polation

polation jener Durchmesser finden, wenn ein solches Faß zwischen einige hinein fällt, für welche dieser Factor schon bekannt ist.

Ja, wenn aber auch alle diese Vortheile der Aufsuchung des Factors (p) nicht zu gute kämen, so würde es dem ohngeachtet eben keine so mühsame Sache seyn, denselben für jedes Faß zu finden. Man würde sich in diesem Falle genöthiget sehen, in jeder Gattung von Fäßern, einige Fäßer nebst ihren Böden nach (a.) abzuaichen, das eben keine so gar beschwerliche Sache ist.

Hiezu haben insbesondere Visierer in großen Städten die schönste Gelegenheit. Es werden in den meisten derselben die Fäßer zuerst visiert, und dann erst, wenn sie leer gemacht worden sind, oftmals abgeaicht; hat also hier der Visierer Gelegenheit genug, nicht nur die Untersuchungen anzustellen, aus welchen der Factor (p) hergeleitet wird, sondern auch die Grenzen (k) für denselben zu bestimmen.

a. In dem Ausdruck lit. g. ist der Factor (l) nach der verschiedenen Wein-Länge eines Faßes veränderlich. Ich will also zeigen, wie er hier gefunden werden muß, indem ich folgendes annehme.

Man habe durch die Abaichung (g) den Factor $\frac{1}{r} S = S : 2t = \frac{1}{24} S$ gefunden, und $c = qb = 7$ Fuß; $b = 3\frac{1}{4}$ Fuß gemessen. Das Faß (N) hielt z Stiche, und war in dem Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ aufgesetzt.

Nach diesen Abmessungen wäre also für dieses Faß, das man zum Regulator annimmt,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{24}; \quad q = \frac{28}{15}; \quad \text{und } l = 0;$$

dem-

demnach

$$p = -1 + \frac{8}{15} \sqrt{S \cdot 3,14 \cdot 7}.$$

Nun komme ein Faß (L) von der Gattung des Faßes (N), das ist, von z Stichen und Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ zu Handen, dessen Boden-Weite = 2 Fuß und Wein-Länge = $3\frac{2}{3}$ Fuß gemessen wird. Hätte die Wein-Länge dieses Faßes zu der Boden-Weite das nemliche Verhältniß, wie bey dem Faße (N), so müßte die Wein-Länge des Faßes (L) gleich seyn $\frac{28}{15} \cdot 2 = \frac{56}{15}$ Fuß; und l wäre = o. Die Wein-Länge aber wurde gemessen = $\frac{11}{3}$ Fuß.

Demnach ist $\left(1 + \frac{l}{12}\right) \frac{56}{15} = \frac{55}{15}$;

woraus sich ergibt, $l = -\frac{12}{56} = -\frac{3}{14}$.

In diesen Ausdruck stellt man nun den gefundenen Werth von (l), so wird der Factor

$$p = \left(1 + \frac{23}{24} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12}\right) R - 1;$$

für ein Faß (L) gefunden, dessen Wein-Länge um etwas weniges gegen seine Boden-Weite ein anderes Verhältniß hat, als der Regulator R.

Hat man den Factor (p) für dieses Faß durch diese sehr leichte Rechnung gefunden, so sezt man zulezt

den Durchmesser des Faßes (L) gleich $(p+1) \cdot 2$;

und bekommt auf diese Art den Inhalt des Faßes durch seine ganze Wein-Länge von

$$\frac{1}{4}\pi (p+1)^2\, 2^2 \cdot \frac{11}{3} \text{ Cubic-Fußen.}$$

Hie-

Hievon müssen nur noch die Räume abgezogen werden, welche die Böden in diesem Faß einnehmen müssen. Diese Räume hängen bey einerley Boden-Weite von der Dicke und Senkung der Böden ab. In deren Schätzung kann es ein Visierer sehr weit bringen, wenn er nach (a. 5) h. sich im Abaichen derselben fleißig geübet hat, so daß er in Absicht dieser Räume auf einen Theil gewiß bleibt, der gegen den ganzen Inhalt des Faßes äußerst klein ist. Diese Arbeit kann sich ein Visierer auch sehr erleichtern, wenn er die abgerichtete Böden in Tabellen bringt, in welchen die Boden-Weite, Senkung, Dicke der Tafeln und die Aich derselben eingetragen ist. Eine solche Tabelle will ich künftig eine Boden-Tafel heißen.

Wenn man den Factor (p) für das Faß (L) mit dem Factor (p) für das Faß (N) vergleichet, so findet man, daß der Werth desselben für beyde Fäßer äußerst wenig verschieden sey. Man kann daher, wenn das Faß (L) sehr klein ist, auch ohne merklichen Fehler $l = 0$ setzen.

b. Was ferner die Grenzen anbelangt, innerhalb welcher obige Formel lit. g. den Inhalt des Faßes (L) angibt, so werden dieselbe also gefunden:

Gesetzt, man habe durch das Aichen nach (i und k) gefunden den Factor $k = \frac{1}{144}$; $f = \frac{1}{256}$; und den Inhalt des Faßes (L) von (J) Maasen berechnet. So könnte man sagen, der Inhalt des Faßes fällt zwischen $\frac{224}{256}$ J und $\frac{145}{144}$ J. hinein.

Auch wäre für dieses Faß (L) der Durchmesser des Abweichungs-Cylinders (k) gleich

$a = \frac{1}{12} \cdot (p + 1)$ für die größte Abweichung.

$b = \frac{1}{16} \cdot (p + 1)$ für die kleinste Abweichung.

XXVI.

XXVI. Setzt man in XXIV. c. den Durchmesser des Cylinders

$$\varepsilon = (p+1) \cdot \tfrac{1}{2}(a+b),$$

so wird auch $p = -1 + \frac{\varepsilon}{\frac{1}{2}(a+b)}$.

Nach dieser Formel könnte man also den Durchmesser jenes Cylinders, der bey einerley Höhe mit des Faßes Wein-Länge auch einerley Inhalt mit dem Faß hat, vergleichen mit dem sogenannten abgeglichten Durchmesser $\frac{1}{2}(a+b)$ des Faßes.

Allgemeine Faß-Formel für den Inhalt eines Faßes.

a. Diesen Durchmesser (ε) oder auch den Factor (p) könnte man auf folgendem Wege am füglichsten finden, wenn man sich dabey einstweilen erlauben will, die Dauben eines Faßes seyen an ihrer innern Seite parallel mit ihrer äussern Seite abgerundet: denn da nunmehr die Gleichung für die Figur des Faß-Körpers da ist, so darf man eine seiner Ordinaten nur um die ausgegleichte Dauben-Dicke vermindern, so bekommt man den Inhalt des Faßes durch seine ganze Wein-Länge.

Es bezeichne deswegen der Buchstabe υ. die ausgegleichte Dauben-Dicke eines Faßes, so ist einmal nach pag. 74. II. für die Dauben-Absciße x die halbe Weite des Faßes im lichten, gleich

$$\frac{Nk.}{\sqrt{(k^2 + Mx^2)}} - \upsilon.$$

Demnach das Element des halben Faß-Körpers im lichten, gleich

π.

$$\pi . \frac{(Nk - v . \surd (k^2 + Mx^2))^2}{k^2 + Mx^2} . dx . \text{Sin}\, \psi ;$$ oder

$$\pi . \text{Sin}\psi [N^2 . k^2 . dx : (k^2 + Mx^2) - 2v . Nk (k^2 + Mx^2)^{-\frac{1}{2}} dx + v^2 . dx.]$$

b. Nimmt man Sin ψ in der Bedeutung, wie bisher, so ist einmal das Integrale

$$\pi . N^2 . k^2 . \text{Sin}\psi . \int dx : k^2 + Mx^2 = \frac{\pi . N^2 . k}{\surd M} \text{Arc tang} \frac{x}{k} . \surd M.$$

c. Auch ist

$$2\pi v . N . k . \text{Sin}\psi . dx \surd (k^2 + Mx^2) : (k^2 + Mx^2) = 2\pi v . Nk \text{Sin}\psi . (k^2 + Mx^2)^{-\frac{1}{2}} . dx$$

wofür man auch setzen kann:

$$\frac{-2 v \pi \text{Sin}\, \psi . N . k}{\surd M} \left(\frac{k^2}{M} + x^2\right)^{-\frac{1}{2}} dx.$$

wo sich $dx . \left(\frac{k^2}{M} + x^2\right)^{-\frac{1}{2}}$ rational machen läßt durch die Substitution

$$\frac{1}{x} \left(\frac{k^2}{M} + x^2\right)^{\frac{1}{2}} = u.$$

Setzt man nemlich einstweilen $\frac{k^2}{M} = a$; so wird

$$a + x^2 = u^2 x^2 ; x = a^{\frac{1}{2}} . (u^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} ; dx = - a^{\frac{1}{2}} . \tfrac{1}{2} (u^2 - 1)^{-\frac{1}{2} - 1} . 2u^{2-1} . du.$$

Weil nun $x^2 = a : (u^2 - 1)$, so ist

$$a + x^2 = a . u^2 : (u^2 - 1);$$

wor-

woraus sich endlich ergibt,

$$(a+x^2)^{-\frac{1}{2}} dx = - du : (u^2 - 1) = du : (1 - u^2).$$

dessen Integrale ist $= \frac{1}{2} \log \frac{1+u}{1-u}$.

Stellt man den Werth von a und u wieder her, so geht dieser Ausdruck in folgenden über:

$$\frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{1}{x} \cdot \sqrt{\frac{(k^2 + Mx^2)}{M}}}{1 - \frac{1}{x} \cdot \sqrt{\frac{(k^2 + Mx^2)}{M}}}$$

so daß also der Inhalt des hölzernen Faß-Körpers für seine Dauben-Abscisse $= x$ gleich wird

$$\frac{2 \upsilon \varpi . N k . \operatorname{Sin} \psi}{\sqrt{M}} \log \frac{1 + \frac{1}{x} . \sqrt{\frac{(k^2 + Mx^2)}{M}}}{1 - \frac{1}{x} . \sqrt{\frac{(k^2 + Mx^2)}{M}}}.$$

e. Auch ist $\int . \upsilon^2 dx = \upsilon^2 x$.

Bezeichnet nun der Buchstabe w den Inhalt des Flüßigen, welches beyde Faß-Böden in dem Faß aus der Stelle treiben, so wird unter obiger Voraussetzung die General-Formel für den Inhalt eines jeden runden Faßes, wenn $\upsilon^2 x = 0$ gesetzt wird, folgende:

$$\frac{2 \pi . N^2 k \operatorname{Sin} \psi}{\sqrt{M}} \left[\operatorname{Arc\ tang} \frac{x}{k} \sqrt{M} - \frac{\upsilon}{N} \log \frac{x . \sqrt{M} + \sqrt{(k^2 + Mx^2)}}{x \sqrt{M} - \sqrt{(k^2 + Mx^2)}} \right] - w.$$

In dieser Formel bezeichnet x die Dauben-Abscisse vom Spund nach den Köpfen zu, für die halbe Wein-Länge des Faßes; auch ist

N=

$$N = \tfrac{1}{2}A;\quad M = 4.(z-1);\quad k = (z-1).B.$$

allwo A den Durchmesser des Faßes durch seinen Spund,

B die Länge der kürzesten Faß-Dauben,

z die Stich-Zahl des Faßes,

$\frac{\nu}{\mu}$ das Fundamental-Verhältniß des Faßes,

υ. die ausgegleichte Dicke der Faß-Dauben

vorstellt.

Auch kann man für ein Faß nach der Regel setzen:

$$A = \frac{\nu}{\mu}\ \frac{z}{z-1}.B.$$

f. Setzt man in obiger Formel $x = \tfrac{1}{2}B$; so verwandelt sie sich in folgende:

$$\frac{\tfrac{1}{4}\pi A^2(z-1).T}{\Upsilon(2z-1)}\left[\text{Arc tang}\frac{\Upsilon(2z-1)}{z-1}+\frac{2\upsilon}{A}\log\frac{1+z:\Upsilon(2z-1)}{1-z:\Upsilon(2z-1)}\right] = w$$

und nach dieser läßt sich nun sehr leicht der Durchmesser ε jenes Cylinders finden, der bey einerley Höhe $= T$ mit dem Faß auch einerley Inhalt mit ihm hat.

Man setzt nemlich diese Formel dem $\tfrac{1}{4}\pi.\varepsilon^2.T$ gleich; und bestimmt daraus das ε; und so wird

$$\varepsilon = A.\left[\frac{z-1}{\Upsilon(2z-1)}\left[\text{Arc tang}\frac{\Upsilon(2z-1)}{z-1}+\frac{2\upsilon}{A}\log\frac{1+z:\Upsilon(2z-1)}{1-z:\Upsilon(2z-1)}\right]\right]^{\frac{1}{2}}$$

g. Um diese Formel zum Gebrauch bequemer einzurichten, habe ich die Glieder der Hauptfactoren berechnet, wie folgt:

z	Arc tang $\frac{\sqrt{(2z-1)}}{z-1}$	log $\frac{z-1}{\sqrt{(2z-1)}}$	log $\frac{1+z:\sqrt{2z-1}}{1-z:\sqrt{2z-1}}$
4	0,723857	0,0545723	1,591
4½	0,679805	0,0925230	1,477
5	0,643444	0,1249388	1,386
5½	0,629301	0,1532125	1,297
6	0,583848	0,1782837	1,243
7	0,541052	0,2211797	1,138
8	0,505272	0,2570524	1,057
9	0,475903	0,2878656	0,990
10	0,450877	0,3148657	0,934
11	0,429642	0,3388904	0,890
12	0,411025	0,3605288	0,847
13	0,394745	0,3802112	0,811
14	0,380291	0,3982614	0,779
15	0,367101	0,4139291	0,751
16	0,355465	0,4304105	0,727
17	0,344702	0,4448631	0,707
18	0,334103	0,4584149	0,689

h. Vermittelst dieser Tafel läßt sich also sehr leicht der Durchmesser eines Cylinders finden, der mit dem Faß einerley Inhalt hat.

Man

Man wolle z. E. den Durchmesser jenes Cylinders für ein Faß wissen, das in dem Verhältniß $\frac{1}{2}$ auf 5 Stiche aufgesetzt ist, wenn seine kürzeste Daube für 8 Fuß angenommen wird.

Die Dicke der Dauben verhalte sich auch zum Durchmesser des Faßes durch seinen Spund, wie 1 : 60; so ist einmal

$$\frac{2v}{A} = \frac{1}{30};\quad A = \frac{1}{2}\,\frac{5 \cdot 8}{4} = \frac{5}{8};\quad B = 8;$$

$$\log \frac{1 + z : \sqrt{(2z - 1)}}{1 - z : \sqrt{(2z - 1)}} = 1{,}38629.$$

$$\tfrac{1}{30} \cdot 1{,}38629 = 0{,}0462096$$

$$\text{Arc tang } 36^\circ \,/\!/\, 52' = 0{,}643444$$

$$0{,}597234$$

$$\log 0{,}597234 = 3{,}7761416 \;.\; 4$$

$$\log (z - 1) : \sqrt{(2z - 1)} = 0{,}1249388$$

$$3{,}9010804 - 4$$

$$4{,}9505402 - 5.$$

$$\text{Absolut-Zahl} = 0{,}89236$$

$$\times 5$$

$$4{,}4618 \text{ Fuß.}$$

Jener Cylinder also, der mit dem gegebenen Faß gleich hoch und gleichen Inhalts ist, würde im Durchmesser 4,4618 Fuße haben müssen.

i. Weiß man den Durchmesser ε, so ist auch zugleich der Factor p in (XXVI.) bekannt.

Für obiges Faß ist nemlich $a = 4\frac{5}{6}$; $b = 3\frac{5}{6}$; also $\frac{1}{2}(a+b) = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$; $\varepsilon = 4{,}4618$; demnach $p = 0{,}0439$.

Durch die hypothetische Annahme eines Parallelismi in der innern und äussern Figur eines Faßes läßt sich also sehr leicht jener Cylinder finden, der mit dem Faß bey einerley Höhe auch gleichen Inhalt hat: und es kommt jetzt nur noch darauf an, durch Erfahrungs-Maximen die Abweichung zu bestimmen, welche die Irregularität des Faßes von innen in dieser Regel macht.

Man aichet nemlich mehrere Fäßer jedes Geschlechts ab, so daß man seine Böden nach XIV. a. als Negativa in Anschlag bringt, mithin den Inhalt des Faßes durch seine ganze Wein-Länge bezeichnet.

Diesen Inhalt vergleichet man mit dem, was die nach jener hypothetischen Annahme gestellte Rechnung gibt, und sieht die Abweichung als einen Cylinder an, der einerley Höhe mit der Wein-Länge des Faßes hat, und nun als ein Abweichungs-Cylinder nach Beschaffenheit der Umstände addirt oder subtrahirt werden muß.

k. Um zu sehen, wie die Differenzen ausfallen möchten, die sich zeigen, wenn man ein Faß nach mancherley krummen Linien berechnet, habe ich für die Ellipse, Cirkel, Parabel, Hyperbel und Conchoide die Rechnung angestellt.

Wenn nemlich die Buchstaben

A. den halben Spund-Durchmesser } des Faßes
d die halbe Spitzung }

vorstel-

vorstellen, so ist der allgemeine Ausdruck für das Quadrat des Halbmessers des Faßgleichen Cylinders, nach den Formeln pag. 77., gleich

$$A^2 . \left[1 - \frac{2}{3} \frac{d}{A} + m . \frac{d^2}{A^2} \right].$$

Auch ist hier für die Ellipse $m = \frac{1}{3}$,
den Cirkel $m = \frac{2}{9}$,
die Parabel $m = \frac{1}{5}$,
Hyperbel $m = \frac{5}{28}$,
Conchoide $m = \frac{1}{255}$.

Ferner ist auch

$$A = \frac{1 \nu}{2 \mu} \frac{z}{z-1} B; \quad d = \frac{1}{2} \frac{\nu}{\mu} \frac{1}{z-1} . B; \quad \frac{d}{A} = \frac{1}{z};$$

und obiger Ausdruck geht deswegen in folgenden über

$$A^2 . \left[1 - \frac{2}{3} \frac{1}{z} + \frac{m}{z^2} \right],$$

und dieser gewährt nachstehende Resultate:

z	Ellipse	Cirkel	Parabel	Hyperbel	Conchoide	Faß-Linie
4	0,92421	0,92044	0,91969	0,91896	0,91200	0,90586
4½	0,93183	0,92171	0,92829	0,92772	0,92306	0,91718
5	0,93809	0,93571	0,93523	0,93477	0,93103	0,92624
5½	0,94333	0,94134	0,94198	0,94058	0,93750	0,93656
6	0,94770	0,94601	0,94575	0,94554	0,94285	0,93980
7	0,95493	0,95368	0,95332	0,95319	0,95122	0,94887
8	0,96014	0,95922	0,95905	0,95888	0,95745	0,95564
9	0,96438	0,96367	0,96353	0,96339	0,96227	0,96093
10	0,96764	0,96724	0,96701	0,96701	0,96642	0,96374

Unter diesen Quadrat-Wurzeln kommen also jene für die Conchoide der äussern Figur des runden Faßes am nächsten. Es möchte daher bey der hypothetischen Annahme eines Parallelismi zwischen der innern und äussern Figur eines Faßes nicht undienlich seyn, das Faß selbst als einen Conchoidischen Körper zu berechnen, und für diesen den Abweichungs-Cylinder aus Erfahrungs-Maximen auszufinden.

1. Auch würde sich für die pag. 77. u. f. gewählte Zeichen der Faß-Körper als ein Conchoidischer nach folgender Formel am genauesten berechnen lassen.

$$2\pi\gamma.\alpha^2.\left[1-\frac{1}{3}\frac{\alpha-\beta}{\alpha}\left(2-\frac{\alpha-\beta}{\alpha}+\frac{5\,6}{5}\frac{\alpha-\beta.}{7\alpha-(\alpha-\beta)}\left(1-\frac{\Upsilon(\alpha-\beta,(2\alpha-(\alpha-\beta))}{\gamma}\right)\right)\right].$$

Abweinung eines Faßes.

XXVII. Unter der Abweinung eines Faßes verstunden die alten Visierer die Menge des Flüßigen in dem Faße, wenn dasselbe das Spundloch nicht erreicht, während sein Spiegel mit der Axe des Faßes gleichlaufend ist.

Sie haben ferner hiebey verschiedene Nahmen in Absicht auf den Abstand des Flüßigen vom Spund und von der Lager-Daube eingeführt, die ich jetzt anführen will.

Es sey deswegen Fig. 5. das halbe Faß nunmehr im lichten; die Tiefe des Flüßigen in denselben ist = LN, und CDsk ist der Spiegel des Flüßigen; diesen Spiegel trifft die senkrechte Ebene UGVR durch die Axe des Faßes in der Linie CS, und diese sey gleichlaufend mit der Axe OE des Faßes.

Für

Für diesen Fall heißt nun

die Linie LN die Wein-Nässe,

. . . LB die Wein-Leere.

Nun ist aber das Faß seinem Inhalt nach einem Cylinder gleich, dessen Höhe seiner ganzen Wein-Länge und dessen Durchmesser gleich Dz ist.

Auch ist nach (XVI.)

$$Dz = (p+1) . \tfrac{1}{2}(SN+UG); \text{ oder}$$

$$\varepsilon = (p+1) . \tfrac{1}{2}(a+b).$$

Ist nun dieses der coäquirte Durchmesser des Faßes; so wird es jetzt nur noch darauf ankommen, die Wein-Nässe LN auf ihn zu bringen: und dieses erhält man, wenn man die Wein-Nässe unter dem Spund und an den Böden eben so, wie den Durchmesser ausgleichet.

Es ist aber die Wein-Nässe an den Boden, wenn die Axe des Faßes horizontal liegt, gleich

$$CG = LN - \tfrac{1}{2}.(NS - UG); \text{ oder}$$

$$CG = D - \tfrac{1}{2}(a-b).$$

Weil nun der adäquirte Durchmesser des Faßes gleich $\frac{1}{2}(p+1)(a+b)$ ist, so wird auch die adäquirte Wein-Nässe oder die Mittelvölle seyn

$$\tfrac{1}{2}(p+1).\left(D+D-\tfrac{1}{2}(a-b)\right); \text{ oder}$$

$$(p+1).\left(D-\tfrac{1}{4}(a-b)\right).$$

Wüste man nun das Segment, welches der Wein in jenem Cylinder an seiner Grundfläche abschnitte, so könnte man dasselbe mit seiner ganzen

Grundfläche vergleichen: und da sich die Abschnitte des Cylinders, durch welche er parallel mit seiner Axe geschnitten wird, wie ihre Grundflächen verhalten, so ist zugleich ihr Inhalt bekannt, wenn man den Inhalt des ganzen Cylinders, und das Verhältniß der Grundfläche des Abschnitts zur ganzen Grundfläche des Cylinders weiß.

Will man also die Abweinung des Faßes finden, so muß man einmal das Segment des Cirkels berechnen, welches bey dem Faß-Cylinder seiner Mittelvölle zukommt, und diese durch die ganze Grundfläche dividiren. Dieser sey z. E. $\frac{2}{5}$.

Diesen Quotienten multiplicirt man ferner durch den Inhalt des ganzen Faßes, so ergibt sich hieraus seine Abweinung.

Weil aber die Berechnung eines Cirkel-Segments ohnerachtet der Vortheile, die man dabey anbringen kann, immer noch eine mühsame Sache bleibt, so haben die alten Visierer dieselbe durch ihre sogenannten Cirkel-Schnitz-Tafeln abzukürzen gesucht.

Sie nannten nemlich das Segment EFG einen Cirkel-Schnitz, und die Linie GE desselben, seinen Pfeil.

Nach diesem Pfeil waren auch ihre Tafeln eingerichtet. Sie dachten sich nemlich den Durchmesser eines Kreises in 100 gleiche Theile abgetheilt, und berechneten nun für einen jeden Tafel-Pfeil = $\frac{1}{100}$ m das ihm zukommende Segment.

In dieser Arbeit machte meines Wissens D. Bayer den ersten Versuch. Er berechnete in seiner Visier-Kunst nicht nur alle Kreisflächen von dem Durchmesser

ser 1 bis 108, von Zoll zu Zoll, sondern gab auch nachgehends in seiner Conometrie eine Segment-Tafel für jeden Pfeil von 1 bis 100, und nahm dabey die Fläche des Kreises für den Durchmesser 100, für 100.000 an.

Nach ihm berechnete eine ähnliche Tabelle auch M. Heinrich Roenberg 1747, in welcher die Fläche für den Durchmesser 100 gleich 785397500 ist.

Hr. Lambert berechnete ebenfalls eine Segmenten-Tafel, und nahm die Einheit selbst für die ganze Cirkel-Fläche an, dessen Durchmesser er sich in 100 gleiche Theile abgetheilt, vorstellte. Diese hat nachher Hr. Obereit sehr erweitert und verbessert, indem er die Segmente für jeden Pfeil $\frac{1}{1000}$ m bis auf die siebende Decimal-Stelle berechnete. S. Leipzig. Magazin für reine und angewandte Mathematik, Viertes Stück, 1786. Diese Tabelle will ich auch, weil sie ausserordentliche Bequemlichkeit bey Abweinung der Fäßer verschafft, diesem §phen beyfügen.

Ta

für den Inhalt der Segmente eines Cirkels auf jeden

= 1 : √π, = 0,5641896, und

	0	10	20	30	40
0	0,0000000	0,0016926	0,0047728	0,0087414	0,0134171
1	0537	19521	51336	91793	39190
2	1518	22236	55030	0,0096241	44269
3	2787	25065	58806	0,0100756	49406
4	4290	28003	62663	05339	54600
5	5993	31047	66600	09986	59851
6	7879	34193	70614	14698	65158
7	0,0009922	37436	74704	19473	70520
8	0,0012118	40775	78869	24311	75937
9	0,0014456	0,0044207	0,0083106	0,0129211	0,0181407
	100	**110**	**120**	**130**	**140**
0	0,0520440	0,0598494	0,0679724	0,0763934	0,0850946
1	28096	0,0606478	88014	72512	59795
2	35787	14493	0,0696334	81117	68671
3	43510	22539	0,0704683	89751	77572
4	51267	30617	13061	0,0798412	86500
5	59057	38725	21468	0,0807100	0,0895453
6	66880	46864	29904	15816	0,0904432
7	74735	55034	38369	24558	13437
8	82623	63234	46862	33328	22467
9	0,0590542	0,0671464	0,0755384	0,0842124	0,0931522

belle

tausendsten Theil seines Diameters, wenn der Radius die ganze Cirkel-Fläche = 1 ist.

50	60	70	80	90
0,0186930	0,0244963	0,0307722	0,0374780	0,0445784
92506	51034	14241	81708	53090
0,0198135	57151	20802	88675	60432
0,0203814	63316	27405	0,0395681	67810
09544	69525	34051	0,0402725	75223
15325	75781	40737	09808	82672
21155	82081	47465	16929	90157
27034	88425	54233	24086	0,0497676
32963	0,0294814	61042	31282	0,0505230
0,0238939	0,0301246	0,0367891	0,0438515	0,0512818
150	**160**	**170**	**180**	**190**
0,0940602	0,1032755	0,1127270	0,1224023	0,1322897
49707	42102	36846	33817	32897
58837	51473	46445	43632	42917
67992	60867	56066	53468	52957
77171	70284	65709	63324	63017
86375	79725	75374	73302	73096
0,0995603	89187	85061	83100	83195
0,1004855	0,1098675	0,1194769	0,1293019	0,1393314
14131	0,1108183	0,1204499	0,1302958	0,1403451
0,1023431	0,1117716	0,1214250	0,1312918	0,1413609

	200	210	220	230	240
0	0,1423786	0,1526583	0,1631194	0,1737527	0,1845494
1	33980	36964	41751	48251	56377
2	44195	47363	52326	58992	67276
3	54428	57780	62917	69749	78190
4	64680	68215	73525	80522	0,1889119
5	74951	78667	84151	0,1791312	0,1900064
6	85241	89138	0,1694793	0,1802116	11023
7	0,1495549	0,1509626	0,1705451	12938	21998
8	0,1505875	0,1610131	16127	23774	32987
9	0,1516220	0,1620654	0,1726818	0,1834626	0,1943992

	300	310	320	330	340
0	0,2523158	0,2640397	0,2758682	0,2877950	0,2998139
1	34833	52179	70566	0,2889929	0,3010206
2	46519	63972	82459	0,2901916	22282
3	58216	75776	0,2794362	13913	34366
4	69924	87589	0,2806275	25919	46459
5	81643	0,2699413	18197	37934	58560
6	0,2593372	0,2711247	30129	49957	70669
7	0,2605112	23091	42070	61990	82787
8	16863	34945	54021	74031	0,3094913
9	0,2628625	0,2746809	0,2865981	0,2986081	0,3107046

	400	410	420	430	440
0	0,3735300	0,3860303	0,3985771	0,4111652	0,4237894
1	47778	72830	0,3998342	24261	50536
2	60261	85361	0,4010916	36874	63181
3	72749	0,3897897	23495	49489	75829
4	85242	0,3910437	36077	62109	0,4288479
5	0,3797740	22982	48664	74731	0,4301133
6	0,3810243	35531	61254	87357	13790
7	22751	48085	73848	0,4199987	26449
8	35263	60643	86446	0,4212619	39111
9	0,3847781	0,3973205	0,4099047	0,4225255	0,4351776

250	260	270	280	290
0,1955011	0,2065999	0,2178381	0,2292081	0,2407030
66045	77176	0,2189692	0,2303521	18591
77094	88366	0,2201017	14974	30164
88157	0,2099571	12356	26438	41748
0,1999234	0,2110789	23707	37915	53344
0,2010326	22020	35071	49404	64951
21432	33266	46447	60906	76570
32553	44524	57837	72419	88200
43688	55796	69239	83944	0,2499841
0,2054836	0,2167082	0,2280654	0,2395481	0,2511494

350	360	370	380	390
0,3119188	0,3241038	0,3363631	0,3486910	0,3610818
31338	53265	75929	0,3499273	23241
43496	65499	0,3388234	0,3511643	35670
55662	77741	0,3400545	24019	48105
67835	0,3289990	12863	36401	60545
80017	0,3302245	25188	48789	72991
0,3192206	14509	37520	61183	85442
0,3204403	26779	49857	73583	0,3697899
16607	39056	62202	85989	0,3710361
0,3228820	0,3351340	0,3474553	0,3598400	0,3722828

450	460	470	480	490
0,4364443	0,4491248	0,4618257	0,4745420	0,4872685
77113	0,4503941	30968	58143	85415
0,4389785	16635	43679	70866	0,4898145
0,4402460	29332	56392	83591	0,4910876
15137	42030	69107	0,4796316	23607
27817	54730	81823	0,4809043	36339
40499	67432	0,4694540	21770	49071
53183	80136	0,4707258	34498	61803
65869	0,4592842	19978	47226	74535
0,4478557	0,4605549	0,4732698	0,4859955	0,4987268

	500	510	520	530	540
0	0,5000000	0,5127315	0,5254580	0,5381743	0,5508752
1	12732	40045	67302	0,5394451	21443
2	25465	52774	80022	0,5407158	34131
3	38197	65502	0,5292742	19864	46817
4	50929	78230	0,5305460	32568	59501
5	63661	0,5190957	18177	45270	72183
6	76393	0,5203784	30893	57970	84863
7	0,5089124	16409	43608	70668	0,5597540
8	0,5101855	29134	56321	83365	0,5610215
9	0,5114585	0,5241857	0,5369032	0,5496059	0,5622887

	600	610	620	630	640
0	0,6264700	0,6389182	0,6513090	0,6636369	0,6758962
1	77172	0,6401600	25447	48660	71180
2	0,6289639	14011	37798	60944	83393
3	0,6302101	26417	50143	73221	0,6795597
4	14558	38817	62480	85491	0,6807794
5	27009	51211	74812	0,6697755	19983
6	39455	63599	87137	0,6710010	32165
7	51895	75981	0,6599455	22259	44338
8	64330	0,6488357	0,6611766	34501	56504
9	0,6376759	0,6500727	0,6624071	0,6746735	0,6868662

	700	710	720	730	740
0	0,7476842	0,7592970	0,7707919	0,7821619	0,7934001
1	0,7488506	0,7604519	19346	32918	45164
2	0,7500159	16056	30761	44204	56312
3	11800	27581	42163	55476	67447
4	23430	39094	53553	66734	78568
5	35049	50596	64929	77980	0,7989674
6	46656	62085	76293	0,7889211	0,8000766
7	58252	73562	87644	0,7900429	11843
8	69836	85026	0,7798983	11634	22906
9	0,7581409	0,7696479	0,7810308	0,7922824	0,8033955

550	560	570	580	590
0,5635557	0,5762106	0,5888348	0,6014229	0,6139697
48224	74745	0,5900953	26795	52219
60889	0,5787381	13554	39357	64737
73551	0,5800013	26152	51915	77249
86210	12643	38746	64469	0,6189757
0,5698867	25269	51336	77018	0,6202260
0,5711521	37891	63923	0,6089563	14758
24171	50511	76505	0,6102103	27251
36819	63126	0,5989084	14639	39739
0,5749464	0,5875739	0,6001658	0,6127170	0,6252222

650	660	670	680	690
0,6880812	0,7001861	0,7122050	0,7241318	0,7359603
0,6892954	13919	34019	53191	71375
0,6905087	25969	45979	65055	83137
17213	38010	57930	76909	0,7394888
29331	50043	69871	0,7288753	0,7406628
41440	62066	81803	0,7300587	18357
53541	74081	0,7193725	12411	30076
65634	86087	0,7205638	24224	41784
77718	0,7098084	17541	36028	53481
0,6989794	0,7110071	0,7229434	0,7347821	0,7465167

750	760	770	780	790
0,8044989	0,8154506	0,8262473	0,8368806	0,8473417
56008	65374	73182	79346	83780
67013	76226	83873	0,8389869	0,8494125
78002	87062	0,8294549	0,8400374	0,8504451
88977	0,8197884	0,8305207	10862	14759
0,8099936	0,8208688	15849	21333	25049
0,8110881	19478	26475	31785	35320
21810	30251	37083	42220	45572
32724	41008	47647	52637	55805
0,8143623	0,8251749	0,8358249	0,8463036	0,8566020

	800	810	820	830	840
0	0,8576214	0,8677103	0,8775977	0,8872730	0,8967245
1	86391	87082	85750	82284	76569
2	0,8596549	0,8697042	0,8795501	0,8891817	85869
3	0,8606686	0,8706981	0,8805231	0,8901325	0,8995145
4	16805	16900	14939	10813	0,9004397
5	26904	26798	24626	20275	13625
6	36983	36676	34291	29716	22829
7	47043	46532	43934	39133	32008
8	57083	56368	53555	48527	41163
9	0,8667103	0,8766183	0,8863154	0,8957898	0,9050293

	900	910	920	930	940
0	0,9479560	0,9554216	0,9625220	0,9692278	0,9755037
1	87182	61485	32109	0,9698754	61061
2	0,9494770	68718	38958	0,9705186	67037
3	0,9502324	75914	45767	11575	72966
4	09843	83071	52535	17919	78845
5	17328	90192	59263	24219	84675
6	24777	0,9597275	65949	30475	90456
7	32190	0,9604319	72595	36684	0,9796186
8	39568	11325	79198	42849	0,9801865
9	0,9546910	0,9618292	0,9685759	0,9748966	0,9807494

850	860	870	880	890
0,9059398	0,9149054	0,9236066	0,9320276	0,9401506
68478	57876	44616	28536	09458
77533	66672	53138	36766	17377
86563	75442	61631	44966	25265
0,9095568	84184	70096	53136	33120
0,9104547	0,9192900	78532	61275	40943
13500	0,9201588	86939	69383	48733
22428	10249	0,9295317	77461	56490
31329	18883	0,9303666	85507	64213
0,9140205	0,9227488	0,9311986	0,9393522	0,9471904
950	960	970	980	990
0,9813070	0,9865829	0,9912586	0,9952272	0,9983074
18593	70789	16894	55793	85544
24063	75689	21131	59225	87882
29480	80527	25296	62564	90078
34842	85302	29386	65807	92124
40149	90014	33400	68953	0,9994007
45400	94661	37337	71997	5710
50594	0,9899244	41194	74935	7213
55731	0,9903759	44970	77764	8482
0,9860810	0,9908207	0,9948664	0,9980479	0,9999463

Will man nemlich durch diese Tabelle die Abweinung bestimmen, so muß man das Verhältniß des Tafel-Pfeils zum Durchmesser aufsuchen.

Dieser Pfeil ist aber hier gleich

$$(p+1)\left(D-\tfrac{1}{4}(a-b)\right);$$

demnach

$$\frac{D-\frac{1}{4}(a-b)}{\frac{1}{2}(a+b)} = m : 1000;$$

und

$$m = \frac{\left(D-\frac{1}{4}(a-b)\right)}{\frac{1}{2}(a+b)} . 1000 .$$

Es sey z. E. für ein Faß die Spund-Tiefe $a = 5$; die Boden-Weite $b = 4$. Fuße; die Wein-Nässe $D = 3$ Fuße der Inhalt des Faßes $= 43$ Aymer

$$\tfrac{1}{2}(a+b) = \tfrac{9}{2}; \quad \tfrac{1}{4}(a-b) = \tfrac{1}{4}.$$

$$D-\tfrac{1}{4}(a-b) = 3-\tfrac{1}{4}.$$

$$m = \frac{11 . 2}{4 . 9} 1000 = 611 .$$

Man schlägt also diese Zahl in beygesetzter Tabelle auf, so steht daneben die Zahl 0,6401600.

Mit dieser multiplicirt man den Inhalt des Faßes, so ist die Abweinung

$$= 0{,}6401600 . 43 . \text{Aymer}.$$

XXVIII. Erreicht das Flüßige in dem Faße noch nicht die Böden, so kann man sich zu Berechnung der Abweinung der Formel pag. 85. XIV. bedienen.

Es

Es wird nemlich der Inhalt derselben für die Wein-Nässe η, gleich

$$\tfrac{1}{4}a.\left(\tfrac{1}{2}a\log\frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}a-\eta}-\eta\right)(z-1)B:\sqrt{(2z-1)}.$$

§. 13.

Werkzeuge zum Visieren runder Fäßer.

I. Da ich bisher das nöthige über die Ausdehnung eines runden Faßes und über den Cubischen Inhalt desselben bemerkt habe, so will ich nunmehr auch ähnliche Bemerkungen über die Werkzeuge anstellen, mit welchen der Inhalt dieser Fäßer nach landüblichen für Flüßigkeiten angenommenen Einheiten angegeben werden kann.

Diese Einheiten sind nun, wie bekannt, in Absicht ihres körperlichen Raums nicht nur in verschiedenen Reichen, sondern auch an verschiedenen Orten dieser oder jener Provinz oder Kreises derselben von einander sehr abweichend. Etwas mehr übereinstimmender aber sind die Nahmen, welche man diesen Einheiten an verschiedenen Orten gibt.

Man heißt nemlich gewöhnlich diese Einheit einen Aymer, und theilt denselben neuerdings in eine gewiße, jeden Orts bestimmte Anzahl von gleichen Theilen ab, welche man gewöhnlich **Maaße** heißt, so wie man auch Theile dieser **Maaße**, **Nößel**, Seidel, Quartierchen, u. dgl. nennt.

II. Damit man nun in jedem Falle den Inhalt eines Faßes nach diesen Einheiten angeben möge, hat

 man

man Werkzeuge nöthig, vermittelst deren an einem Faße gewiße Dinge gemessen werden können, aus welchen nachher die Menge der Einheiten hergeleitet werden kann, welche dasselbe in sich begreift.

Diese Werkzeuge will ich nun zuerst beschreiben, und den Gebrauch, welchen man gewöhnlich von denselben macht, anführen; nachgehends aber meine Bemerkungen noch beyfügen.

Der landübliche Fuß.

Unter diesen Werkzeugen findet nun unstreitig der landübliche in seine Theile abgetheilte Fuß den ersten Platz.

Man trägt denselben nemlich zu wiederhohlten malen auf einen hölzernen, sauber abgehobelten Stab, und theilet ihn entweder nach der zehen- oder zwölftheiligen Ordnung, in seine kleinere Theile ab; so daß er auf diese Art das Ansehen eines Stabes bekommt, dessen sich gewöhnlich die Werkmeister bedienen.

Mit diesem Stab mißt man nun gewöhnlich die Spund-Tiefe, Boden-Weite und Wein-Länge eines Faßes (k), dessen Inhalt abgemessen, das ist: welches visieret werden soll; und berechnet nach einem von den pag. 77—85. beygefügten Ausdrücken den Cubischen Inhalt des Faßes, welchen man für das gegebene Faß am schicklichsten hält.

Was diese Auswahl selbst anbelangt, so richten sich hiebey einige gern nach dem halben Unterschied der Faß-Tiefen durch den Spund und die Boden-Zarge, indem man nemlich denselben mit der Wein-Näße pag. 77. II. dividirt.

Hätte

Hätte man z. E. nach pag. 80. VII. gefunden, daß der Inhalt eines Faßes, bey welchem die Wein-Länge sich zu diesem halben Unterschied wie 3125 : 227 verhielte, am schicklichsten sich auf eine Ellipsoide pag. 85. XIV. XXI. bringen lasse, und wäre dieser Quotient für das Faß (k) eben so groß, so würde man seinen Inhalt nach der Formel für die Ellipsoide berechnen, und denselben zuletzt mit der Cubischen Ausdehnung eines Aymers oder Maaßes (l.) dividiren, je nachdem man nemlich den Inhalt nach Aymern oder Maaßen wissen wollte.

Ueberleget man aber, was pag. 80. VII. über die Spund-Tiefe, und pag. 55. II. III. über die Köpfe der Dauben, und pag. 93. XXIII. gesagt worden, so wird man zugeben, daß einmal die Ausfindung dieses Quotienten immer etwas unzuverläßig seye, und daß ferner auch der nemliche Quotient einem andern Faße zukommen könne, welches in Absicht auf seine Figur merklich von dem Faß (k) abweichen kann.

Es ist daher immer besser, wenn man die Stich-Zahl des Faßes nach pag. 48. IV., und die Spund-Tiefe nach pag. 90. XXII. mißt; und überdies auch auf die Boden-Senkung Rücksicht nimmt pag. 79. VI., welches ich hier indessen bemerken will.

III. Bey dieser Methode, ein Faß zu visieren, ist also nöthig, die geometrische Ausdehnung eines Aymers oder eines bestimmten Theils desselben zu wissen.

Diese Ausdehnung aber bekommt man, wenn man sich einen geräumigen, nach allen Seiten winkelrechten Kasten machen läßt, und denselben abaichet, während daß sein Boden nach einer Setz-Waage oder Wasser-Waage genau horizontal gestellt ist.

Wäre z. E. die Grundfläche dieses Kastens $= h^2$,
die Höhe des Wasser-Standes in demselben $= t$,
die Anzahl der eingegossenen Aymer $= n$,
die Anzahl von Maaßen auf den Aymer $= d$,
so ist der Inhalt eines Aymers

$$\frac{h^2 \cdot t}{n} = P.$$

der Inhalt einer Maas

$$\frac{h^2 \cdot t}{d \cdot n} = \frac{1}{d} \cdot P.$$

Ich besitze ein Manuscript von einem Wein-Visier zu Augsburg, dessen Nahme mir zwar nicht bekannt ist; ich schließe aber mit vieler Wahrscheinlichkeit, daß er ein Schüler des sehr geschickten Augsburgischen Visiers, Hrn. Georg Zeiglen, seyn möge. Dieser ließ einen rechtwinklichten Kasten von 6,216 Fuß ins Quadrat machen, und da er auf der Stadt-Aich 2917 Aich-Maaße eingelassen hatte, stund dasselbe über dem nach der Setz-Latte gestellten Boden desselben rings herum 3,105 Fuß.

Für diesen Fall ist also

$$h^2 = 38{,}638656;$$

$$h^2 . t = 119973026880;$$

$$\frac{1}{d} P = 41{,}128908 . \text{ Cubic-Zolle};$$

$$P = 2632{,}250112 . \text{ Decimal-Cub. Zolle}.$$

IV. Nachgehends ließ Hr. Brander aus Freundschaft für Hrn. Lambert, der sich einige Zeit in Augsburg aufhielt, ebenfalls einen Kasten aichen; und es ergab

ergab sich nach derselben der Inhalt eines Aymers von 64 Augsburger Visier-Maaßen gleich

. . . . . 2809,718592 . Decimal-Cub. Zolle

Visier-Maas 43,901853 . . . .

Schenk-Maas $\frac{64}{72}$. 43,901853 . . . .

Vermuthlich hat sich Hr. Brander hiebey seines gewöhnlichen Maaßes für den Augsburger Fuß bedient. Ich besitze dasselbe, so wie auch das andere, nach welchem der vorher genannte Kasten gemessen wurde, und finde aus der Vergleichung von beyden, daß Hrn. Branders Fuß um 35 : 10000 Theile kürzer als der andere ist. Das Branderische Maas ist von jener Pariser Ruthe hergeleitet, welche von der Pariser Academie nach München geschickt worden ist.

V. Setzt man den Durchmesser eines Cylinders von 1 Aymer im Inhalt $= e$; seine Höhe $= k$; so ist der Inhalt

des Cylinders von einem Aymer $= \frac{1}{4}\pi . e^2 . k = P$.

. . . . . . einer Maas $= \frac{1}{4}\pi . \frac{e^2 k}{d} = \frac{P}{d}$.

Visier-Stab, Cubischer.

VI. Wollte man also den Inhalt eines Faßes nach Augsburger Aymern berechnen, so müßte man den berechneten Inhalt desselben noch mit der Zahl P. (II.) dividiren. Daß aber die Division in diesem Fall etwas beschwerlich seye, so wie in jedem andern, da der Divisor keine ganze Zahl abgibt, ist leicht zu ersehen.

Ich will deswegen einen Vortheil angeben, durch welchen der Divisor auf eine Potenz von 10 gebracht werden kann.

Ich nehme an, eine Maas bestehe aus 10^q Cubic-Theilen, wo q eine ganze Zahl ist, und setze $p . 10^q = O$, so daß O eine ganze Zahl ist, aus welcher die Cubic-Wurzel rein ausgezogen werden kann. Es ist also $\frac{p}{d} P$ so groß als O.

Trägt man nun die Länge $\sqrt[3]{} . p . P : d$ auf eine gerade Linie und theilet dieselbe in $O^{\frac{1}{3}}$ gleiche Theile ab, so ist ein solcher Theil genau die Seite eines solchen Cubic-Theils, von welchen 10^q auf eine Maas gehen sollen.

Trägt man nun die Seite $\sqrt{\frac{p . P}{d . O}}$ eines solchen Cubic-Theils zu wiederhohlten malen auf den Stab (II.), so gibt derselbe einen eigentlichen sogenannten Visier-Stab ab.

Dieser Stab, der übrigens wie der Stab (II.) gebraucht wird, gewährt den Vortheil, daß man in den vermittelst desselben gefundenen Cubischen Inhalts des Faßes nur mit der Zahl 10^q dividiren darf, um den Inhalt desselben in Maaßen zu bekommen.

Dieses Vortheils gedenkt schon Hartman Bayer in seiner Visier-Kunst im Jahr 1603. Bey ihm ist $q = 1$; $p . 10^q = 8000$;

ferner eine Frankfurther Maas = 133/85 Cubic-Zolle;

dem-

demnach

$$\sqrt{\frac{p \cdot P}{d}} = \sqrt{800 \cdot 133{,}85} = 47{,}486 \text{ Zoll};$$

und

$$\sqrt{O} = \sqrt{800 \cdot 10'} = 20 \text{ Theile.}$$

Theilet man also die Länge von 47,486 Zollen in 20 gleiche Theile, so ist ein solcher Theil die Seite eines Würfels, deren 10 auf eine Frankfurther Maas gehen.

Ein anderer Cubischer Stab.

VII. Ziehet man aus $\frac{1}{d}P$ (III.), das ist, aus dem Cubischen Inhalt einer Aich-Maas die Cubic-Wurzel, so bekommt man die Seite eines Cubi für eine Visier-Maas.

Diese Seite sey gleich D; so ist also

$$D = \sqrt[3]{P:d}.$$

Theilet man diese Seite ferner in 10 gleiche Theile, welche man Visier-Zolle heißen kann, so wird dadurch die Solidität in 10^3 Cubische Visier-Zolle abgetheilt.

Diese Visier-Zolle werden auf einen Stab getragen, mit welchem man die Dimensionen an dem Faße nach (II.) abnehmen und den Inhalt des Faßes nach Cubischen Visier-Zollen berechnen kann. Dieser Inhalt wird zuletzt mit 1000 dividirt, so ergibt sich als Quotient der Inhalt des Faßes in Visier-Maasen.

VIII. Sehr dienlich ist es auch, wenn man an den Visier-Stab (VI.) und (VII.) einen Hacken abcd

 Fig. 1.

Fig. 1. befestiget, der so gebogen ist, daß, wenn der Stab seiner Länge nach mit der Axe des Faßes gleichlaufend über dem Spund liegt, der Hacken mit seinem Ende (d) gerade an dem Faß-Boden anliege. Der Punkt (f), wo die auf den Stab durch (d) gezogene senkrechte Linie (fd) den Stab trifft, ist also für den Stab der Anfangs-Punct der Eintheilung, von welchem aus die Visier-Zolle den Stab hinauf getragen werden.

IX. Obiger Visierer (III.) berechnet die Seite des Augsburgischen mäßigen Cubi = 3,4517 Augsburger Decimal-Zolle.

Wollte man nun nach dieser Angabe einen Visier-Stab verfertigen, so würde man wohl thun, wenn man zuerst eine Länge von 6 . 3,4517 oder 20,71 Zollen zu wiederhohlten malen auf den Stab trüge.

Jede solche Länge von 20,71 Zollen könnte man nachgehends auf dem Stab in 6 gleiche Theile theilen, so bekäme man auf demselben die Seiten für die einmäßigen Würfel, deren jede noch besonders in 10 gleiche Theile abgetheilt werden könnte.

Kleinere Theile auf den Stab zu bringen, ist nicht wohl rathsam. Besser ist es, man trägt die Länge für eine Maas auf ein besonderes Stäblein, theilet auf demselben diese Linie in 10 gleiche Theile; und einen beliebigen derselben aufs neue in 10 gleiche Theile ab.

Ein solches Stäblein nannten die alten Visiers ein Medial-Stäblein.

Für den gegebenen Fall würde also seyn

die Länge eines Visier-Zolles = 0,345 . Zolle;

und

und der kleinste Theil auf dem Medial-Stab = 0,0345 Zolle.

X. Der Gebrauch dieses Medial-Stabes ist folgender:

Wenn der Visier-Stab nach der Länge des Faßes über dem Spund liegt, und das Ende oder der Kopf d des Hackens Fig. 6. in der Boden-Senkung anliegt (VIII.), so trift z. E. der 100ste Strich des Stabes auf einen gewißen Punct (a), den man sich auf dem Spunde gemerkt hat.

Wendet man den Visier-Stab um, so daß nunmehr sein Kopf (d) an dem andern Boden des Faßes anliegt, so fällt der 99ste Strich desselben noch vor dem Punct (a), der 100ste Strich aber über diesen Punct hinaus.

Nun wird das Medial-Stäblein so an den Visier-Stab angelegt, daß sein in die kleinsten Theile eingetheilter Zoll genau an den 99sten Zoll des Stabes zu stehen komme; und jetzt zeigt es sich, daß genau der 3te Strich von den kleinsten Theilen des Medial-Stäbleins über dem Punct (a) auf den Spund zu stehen komme. Man sagt also, die Länge des Faßes von einer Senkung zur andern ist genau $100 + 99 + \frac{3}{10} = 199\frac{3}{10}$ Visier-Zolle.

Aus dieser Länge ergibt sich nun ferner die Wein-Länge, wenn man zu derselben noch beyde Boden-Senkungen addirt, und von der Summe die beyden Zargen-Breiten oder Kymen abzieht. Diese kann man zwar nicht abmessen, doch aber durch die Erfahrung ziemlich genau schätzen lernen.

XI. Nach der Regel (IV.) findet sich die Seite des einmäßigen Cubi = 3,54 Augsb. Decimal-Zolle.

Ich

Ich bekam die Berechnungen (IV.) von Hrn. Conrad Beuther, meinem um mich sehr verdienten Lehrer. Er war Lector der reinen Mathematik an dem vortreflich eingerichteten Gymnasio Annaeano zu Augsburg, und zu seiner Zeit ein sehr guter Mathematiker. Hr. Brander bediente sich desselben öfters, wenn ihm etwas weitläuftige Rechnungen in seinen Geschäften vorkamen, wozu er selbst keine Zeit übrig hatte. Hr. Beuther berechnete auch den Inhalt verschiedener in seiner Vaterstadt Lindau eingeführter Aymer; indem er dieselbe auf Cylinder von gleichem Durchmesser und Höhen reducirte. Ich will sie hersetzen, weil sie vielleicht manchem Leser dienlich seyn könnten.

Höhe und Weite eines Cylinders

von 1 Aymer nach der Schenk-Aich à 16 Schenkquart = 1,233,
. 1 . . . . . Hellen . . à 17 . . . . = 1,257,
. 1 . . . . . Trüben . . à 18 . . . . = 1,283$\frac{1}{2}$.

alles nach dem in 1000 Theile getheilten Lindauer Werkschuh.

Auch ist nach diesem Fuße die Solidität eines Parallelopipedi, das einen Cylinder von 100 Schenk-Maasen in sich begreift, gleich 5,852206504 Cubic-Fuße.

Cubischer Visier-Stab nach Pfunden.

XII. Wenn eine Quantität von (n) Visier-Maasen Regenwasser genau (p) Pfunde wiegt, so ist einmal das Gewicht

$$\text{einer Maas} = \frac{p}{n} \text{ Pfunde.}$$

Auch

Auch enthält nach (III.) eine Maas P : d Cubic-Fuß; folglich ist die Cubische Ausdehnung eines Pfundes gleich

$$\frac{P}{d} \cdot \frac{n}{p}.$$

Ziehet man hieraus die Cubic-Wurzel, so bekommt man die Seite eines Würfels, der genau ein Pfund Regenwasser faßt.

Theilet man ferner diese Seite nach (VII.) in 10 gleiche Theile, und verfährt übrigens nach (IX.), so hat man einen Visier-Stab, nach welchem sich der Inhalt des Faßes nach Pfunden ergibt. Weil man nun weiß, wie viel eine Maas Pfunde hält, so hat man auch zugleich damit den Inhalt des Faßes nach Maaßen bekommen.

Einen nach Pfunden regulirten Visier-Stab hat meines Wissens zuerst Hr. Professor Pickel in Aichstädt, in seiner vortreflichen Abhandlung über die Visier-Stäbe, vorgeschlagen, Aichstädt, 1782. Er hält einen auf Pfunde gebrachten Visier-Stab für dienlicher, als jeden andern, die Maaße des Flüßigen aller Orten unter einander zu vergleichen, und schlägt hiezu das Wiener Gewicht vor. Denn wenn man weiß, daß der Nürnberger Aymer 3821 Loth Wiener Gewicht, der Aichstädter aber 4416 Lothe dieses Gewichts wiegt, so hat man auch das Verhältniß beyder unter einander als gegeben.

Nach den sorgfältigen Versuchen, welche Hr. Prof. Pickel angestellt hat, wiegt übrigens nach Nürnberger Gewicht

der

der Pariser Cubic-Fuß = 67 Pfund und 5,5163 Loth,
. Nürnberger . . . = 55 Pfund und 2,6587 Loth,
. Wiener . . . . = 61 Pfund und 28,695 Loth,
der Wiener Cubic-Fuß = 56 Pfund und 5,417 Loth,
Wiener Gewicht.

der Aichstädter Bier-Aymer = 4416,64 Loth } Wiener
. . . . . Wein- . . = 4038,2 Loth } Gewicht.

Cylindrischer Visier-Stab.

XIII. Setzt man in (V.) $f = \frac{k}{d}$, so ist

$$\tfrac{1}{4}\pi e^2 . f$$

ein Cylinder, der bey der Höhe f, und Durchmesser e, genau eine Visier-Maas hält.

Ist nun ein anderer Cylinder von der Höhe f, und Durchmesser x gegeben, bey dem Inhalt (i) Maaßen; so wird also seyn

$$\tfrac{1}{4}\pi e^2 . f : \tfrac{1}{4}\pi x^2 f = 1 : i; \text{ und hieraus}$$

$$x = e . \sqrt{i}.$$

Wäre demnach i = 2, so würde x = e . 1,4142136,
3 e . 1,7320508,
4 e . 2,
5 e . 2,2360680,
6 e . 2,4494897.

a. Würde man nun den Durchmesser e auf einen Stab tragen, und denselben in 1000 oder 10000 gleiche Theile abtheilen, so müßte man an diesen Durchmesser noch 4142 : 10000 Theile dran setzen, wenn man

man den Durchmesser für einen Cylinder auf den Stab tragen wollte, der bey der Höhe f genau 2 Maaße hielte.

Den Durchmesser		
1mal umgeschlagen, gibt den Durchmesser für	4	Maas.
2mal	8	. .
3	16	. .
n	$(n+1)^2$	. .

Trägt man ferner auf diesen Stab die Höhe f, oder den Visier-Zoll, so oft als es angeht, so heißt ein solcher Stab ein Cylindrischer Visier-Stab; auch heißt die Eintheilung desselben für die Höhen f die Höhen-Theilung, und ihre Theil-Striche oder Puncte Höhen-Puncte; die Eintheilung für die Durchmesser x aber heißt die Scale für die Tief-Puncte, oder für die Durchmesser.

b. Hätte man nun mit der Scale der Tief-Puncte an einem Cylinder (N) einen Theil (b) gemessen, so daß dieser Theil (b) gerade λ Maaße auf den Stab mißt, und man wüßte noch überdies, daß der Durchmesser dieses Cylinders genau $(p+1)b$ wäre; so würde man sagen können, dieser Cylinder mißt bey der Höhe f genau $(p+1)\lambda$ Maaße.

Wäre aber die Höhe dieses Cylinders (N) gleich c, oder m.f, so würde diesem zufolge dieser Cylinder auch

$$m\,(p+1)\,\lambda$$

Visier-Maaße in sich enthalten.

c. Statt der Höhe und Durchmesser eines Cylinders von einer Maas auf den Stab zu tragen, könnte man auch die Höhe und Durchmesser eines Cy-

linders

linders auf den Stab tragen, der genau ein Pfund Regenwasser mißt.

Noch besser ist es, wenn man die Tief-Puncte gar nicht auf den Stab trägt, sondern die Durchmesser in eine Tabelle bringt. Man kann hiebey für die Höhe f einen Zoll annehmen, diese auf den Stab tragen und die Tabelle nach Zollen reguliren.

Dies schlägt Hr. Prof. Pickel in belobter Abhandlung (XII.) vor. Nach ihm ist für ein Wiener Pfund f = 1 Wiener Zoll; e = 6,2586 Wiener Zoll; und sein Logarithme = 0,7964775.

Bey Verfertigung der vorgeschlagenen Visier-Tafel müßte man also alle die Zahlen in (XIII.) mit der Zahl 6,2586 multipliciren, wenn man die Durchmesser für 2, 3, 4, 5, 6 . . . Maaße in die Tafel bringen will.

Bedient man sich dabey der Logarithmen, so geht die Arbeit geschwinder von statten.

Es wäre nemlich log e = 0,7964775.

log $\sqrt{2}$ = 4,1505108 — 4

4,9469883 — 4

hiezu gehört die Zahl 8,85091;

folglich der Durchmesser von 2 Pfund Regenwasser gleich 8,85091 Wiener Zolle.

Cubischer Diagonal-Stab.

XIV. a. Nach pag. 55. ist in Fig. 5. die Linie hb die sogenannte Visier-Linie des Faßes CDEF.

Bezeich-

Bezeichnet nun a den Spund-Durchmesser ab,
b die Boden-Weite hk,
$\mathfrak{x}$ den halben Abstand beyder Zargen der Lager-Daube,
c die ganze Wein-Länge des Faßes,
e die beyden Boden-Senkungen,
υ die Visier-Linie hb eines Faßes (N);

so ist einmal $\upsilon = \sqrt{\left((b + \frac{1}{2}(a - b))^2 + \mathfrak{x}^2\right)}$.

Das Faß (N) seye auch in dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt; und sein Inhalt durch seine ganze Wein-Länge nach pag. 96. XXIV. von (S) Cubic-Fußen, oder l. P landüblichen Maaßen gefunden worden.

b. Es sey ferner ein anderes Faß (k) von dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ und der Stichzahl z gegeben, dessen Inhalt $= \varsigma$ Cubic-Fuße oder l. P* Maaßen gefunden wurde. Seine Visier-Linie sey $= t$; und seine beyden Boden-Senkungen haben das nemliche Verhältniß zu seiner Wein-Länge, wie bey dem Faße (N).

Weil diese beyden Fäßer als ähnliche Körper können betrachtet werden, so werden sich auch ihre Räume verhalten wie die Cubi ihrer gleichnahmigen Linien; das ist, es wird seyn

$$\upsilon^3 : t^3 = .lP : l.P^* = S : \varsigma; \text{ und}$$

$$t = \upsilon . \sqrt[3]{\varsigma : S} . = \upsilon . \sqrt[3]{(P^* : P)}.$$

c. Man bekommt also die Visier-Linie des Faßes (k) von ς Maaßen, wenn man aus dem Inhalt des ähnlichen Faßes (N) die Cubic-Wurzel zieht, mit derselben die Visier-Länge υ dieses Faßes dividirt, und den Quotienten mit der Cubic-Wurzel aus dem Inhalt des Faßes (k) multiplicirt.

Wäre z. E. die Visier-Linie des Faßes (N) $= 4\frac{1}{2}$ Fuß, und sein Inhalt $= 1728$ Maaße gemessen worden; so würde die Visier-Linie eines ähnlichen Faßes von ς Maaßen gleich

$$t = \frac{4\frac{1}{2}}{\sqrt[3]{1728}} \cdot \sqrt[3]{\varsigma} = \frac{3}{8}\sqrt[3]{\varsigma}.$$

Es würde also seyn

für $\varsigma = 1$; die Visier-Linie $t = \frac{3}{8} \cdot 1$,
2 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 1{,}259905$,
3 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 1{,}4422496$,
4 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 1{,}5874011$,
5 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 1{,}7099759$,
6 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 1{,}8171206$,
8 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 2$,
27 . . . . $= \frac{3}{8} \cdot 3$.

Wollte man nun die Linie $\upsilon = \frac{3}{8}$ Fuß auf einen Stab tragen, und nach 1000 oder 10000 Theilen derselben die eben berechnete Längen für 2, 3, 4, 5, 6 . . . Maaße auftragen, so würde ein solcher Stab einen sogenannten Cubischen Diagonal-Stab für Fäßer abgeben, die in dem Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt sind.

Dieser

Dieser Stab wird an einem seiner Ende scharf zugeschniten, und mit Meßing beschlagen, damit er leicht in die Gargel der Lager-Daube angestossen werden kann.

Will man diesen Stab eintheilen, so ist es gut, wenn man eine etwas große Visier-Linie dabey zum Grunde legt. So könnte man z. E. in gegenwärtigem Fall eine Linie von 3 Fußen durch die Dissection nach und nach in 8 Theile theilen; man bekäme dadurch die Visier-Linie für 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512 Maaße auf den Stab.

Weit besser aber ist es, man theilet den Stab nur in seine Zolle ein und bringt die berechneten Visier-Linien in eine Tabelle. Man addirt nemlich $\frac{1}{3}$ des Logarithmen der Maaße ς zu dem Logarithmen der Visier-Linie υ, so bekommt man in der Tabelle die Visier-Linien für jede Anzahl von Maaßen, in Theilen des Fußes ausgedrückt.

Der Visier-Riemen.

XV. Man habe an einem Faße (N) Fig. 3. an dem äussersten Ende (D) der Lager-Daube einen Riemen angelegt, und denselben nach dem Kopfe C der Spund-Daube bis nach A, als der Mitte der Spund-Daube, herauf gezogen; und es maß

$$CD + C\text{-}A = (m) \text{ Fuße.}$$

Der Inhalt des Faßes (N) wurde nach pag. 96. XXIV. von S Cubic-Fußen = IP landüblichen Maaßen, sein Fundamental-Verhältniß $= \frac{\nu}{\mu}$ und seine Stich-Zahl z befunden.

a. Nun sey ein anderes Faß (k) gegeben, das bey dem Inhalt $\varsigma = 1\,P^*$ Maaßen dem Faße (N) nach allen seinen Theilen ähnlich ist. Wird der Riemen an den Kopf seiner Lager-Daube angelegt, und über den Kopf der Spund-Daube nach dem Mittel dieser Daube heraufgezogen, so ist die Länge des ausgespannten Riemens = z Fuße.

Weil nun hier von ähnlichen Körpern die Rede ist, so wird auch seyn, nach XIV.

$$m^3 : z^3 = 1P : 1P^* = S : \varsigma; \text{ demnach}$$

$$z = m . \sqrt[3]{\varsigma : S}.$$

b. Setzt man in diesem Ausdruck $\varsigma = 1, 2, 3, 4, 5$, so bekommt man dadurch die Riemen-Längen für Fäßer von 2, 3, 4, 5 Maaßen, die nach allen ihren Theilen dem Faß (N) vollkommen ähnlich sind. Trägt man nun diese Längen auf den Riemen, so heißt ein auf diese Art abgetheilter Riemen ein **Visier-Riemen** für das Faß (N).

Dies wären nun alle mir bisher bekannte Werkzeuge, mit welchen Fäßer abvisiert werden; über welche ich nunmehr meine Bemerkungen beyfüge.

Bemerkungen über die Cubischen Stäbe von II. bis XIII.

XV. Wenn man vermittelst dieser Stäbe ein Faß visieren will, so trägt man es darauf an:

1. Den Abstand beyder Böden nahe bey der Spund-Daube zu bekommen.

Man legt nemlich den Stab nach der Länge der Spund-Daube so an, daß der Kopf seines Winkelhackens (VIII.) genau den Boden berührt, und bekommt auf diese Art den Abstand beyder Faß-Böden oder eigentlich den äussern Abstand beyder Zargen der Spund-Daube (x).

Dieser Abstand heiße (p); die Dicke der Köpfe der Dauben = h; die Kym oder Zargen-Breite = e.

a. Um nun die innere Höhe des Faßes zu bekommen, zieht man gemeiniglich die doppelte Dauben-Dicke und doppelte Zargen-Breite von der gemessenen (g) ab, und heißt die Höhe = g — 2 (h + e) die corrigirte Höhe des Faßes.

Bey Abmessung der corrigirten Höhe des Faßes legt man ferner stillschweigend die Hypothese zum Grunde, daß der Raum, welchen jeder Faß-Boden an dem Flüßigen in dem Faße wegnimmt, gerade so groß seye, als ein Cylinder, dessen Durchmesser der Boden-Weite des Faßes gleich ist, und dessen Höhe mit der Dicke der Dauben an ihren Köpfen überein kommt.

b. Allein ausser dem, daß nach pag. 78. IV. die Uebereinstimmung dieser Hypothese mit der Erfahrung an einem Faße blos Zufall ist; kommt man überdies in der Höhe des Faßes um einen Theil zu kurz, der mit beyden Boden-Senkungen einerley ist.

Ist nemlich die Wein-Länge des Faßes, das ist, der innere Abstand beyder Kymen oder Zargen der Seiten-Dauben = c; die Boden-Weite = b; und noch überdies die Summe beyder Boden-Senkungen = ω; so ist einmal des Faßes

Wein-Länge $c = g - 2e + \omega$.

Man nehme ferner an, es sey der Raum, welchen zwey Böden (u), wenn sie nicht gesenkt sind, in dem Faße einnehmen, einen Cylinder von der Höhe Δ und Durchmesser b gleich; so nehmen diese an dem Inhalt des Faßes den Raum $\frac{1}{4}\pi b^2 . \Delta$ weg.

Um ein merkliches größer aber würde dieser Raum seyn, wenn man die Böden gesenkt annimmt.

Bringt man nemlich die Ausdehnungen dieser Senkungen pag. 72. 73. auf einen Cylinder von der Höhe (u) bey dem Durchmesser (b), und setzt den Raum des Faßes durch seine Wein-Länge $= \upsilon$, so bleibt der Raum des Flüßigen in dem Faß noch übrig

$$\upsilon - \frac{1}{4}\pi b^2 . (\Delta + u).$$

Es ist aber die wahre corrigirte innere Höhe des Faßes gleich

$$g - 2e - (\Delta + u) + \omega.$$

Die irrig angenommene corrigirte Höhe aber, gleich

$$g - 2e - 2h.$$

Werden beyde von einander abgezogen, so ergibt sich der Unterschied

$$c + 2h - (\Delta + u) + \omega;$$

folglich zieht man nach (a) von dem Faß einen Cylinder $\frac{1}{4}\pi b^2 . (\omega + 2h - (\Delta + u))$ zu viel ab.

Es sey z. E. an einem Faß

die Höhe seiner Spund-Daube = 8′ ″ 5 ¾″.
. . . . . Seiten-Daube = 8′ ″ 8 ¾.
. . . . . Köpfe . . = — 4.
seine Zargen-Dicke . = — ⅜.

so

so ist einmal die Senkung seiner Böden

$$= 8' \,/\!/\, 8''\tfrac{3}{4} - 8' \,/\!/\, 5\tfrac{3}{4}'' = 3''\text{ Zoll} = \omega;$$

und der gemessene Abstand seiner Böden an den Zargen der Spund-Daube gleich

$$8' \,/\!/\, 5\tfrac{3}{4}'' - 8'' = 7' \,/\!/\, 9\tfrac{3}{4}'' = g.$$

und seine Wein-Länge

$$= 7' \,/\!/\, 9\tfrac{3}{4}'' + 3'' - \tfrac{3}{4}'' = 8 \text{ Fuß} = c.$$

Nun sey ferner die Dicke der Köpfe der Dauben $= 1\frac{3}{4}$ Zoll; und die Faß-Böden nehmen an dem Faß einen Raum ein, der einem Cylinder von gleichem Durchmesser und 5 Zoll Höhe zukommt; so ist

$$2 h = 1\tfrac{3}{4};\ \Delta + u = 3 \text{ Zoll}.$$

Ist nun der Boden-Durchmesser $b = 4$ Fuß, so mißt man das Faß um einen Cylinder von

$$12{,}56 \cdot (3'' - 1\tfrac{1}{4}) \cdot 144 \text{ Cubic-Zollen zu klein.}$$

Anmerkung.

Allen diesem aber weicht man aus, wenn man nach (1.) zwar den Abstand der Zargen der Spund-Daube mißt, aber zu dieser noch die beyden Boden-Senkungen addirt. Man bekommt auf diese Art die wahre Wein-Länge des Faßes

$$c = g - 2e + \omega.$$

und kann nun den Inhalt der Böden aus der Boden-Tafel nehmen. pag. 96. XXIV. h.

2. Man mißt mit dem Cubischen Visier-Stab die Spund-Tiefe und Boden-Weiten, indem man den Stab durch den Spund (b) Fig. 5. gerade hinein gegen die Lager-Daube stößt, und bey Abmessung der Böden den Stab in die Kym (h) einsetzt, an den Dauben-Kopf D der Spund-Daube FhD anlegt, und nach der Weite hD die Weite hk schätzt.

Hiebey ergibt sich nun für die Spund-Tiefe eine gewiße Länge ab; und es hängt die wahre Spund-Tiefe von den pag. 90. XXII. angezeigten Umständen ab.

1. Anmerkung.

Da die Spund-Tiefe sich mit so geringer Zuverläßigkeit abmessen läßt, so könnte man meines Erachtens dieselbe auf folgendem Wege genauer finden.

Man messe vermittelst eines Riemens den Umfang = $\mathfrak{P}$ des Faßes in seiner Mitte; so ist sein größter Durchmesser gleich

$$\frac{1}{\pi} \cdot \mathfrak{P}.$$

Man vergleiche ferner die Dicke der Dauben unter einander und suche unter denselben diejenige aus, deren Dicke zwischen den andern das Mittel hält. Diese Dicke sey = o; so ist die Spund-Tiefe

$$= \frac{1}{\pi} \mathfrak{P} - 2o. = ab, \text{ Fig. 5.}$$

2. Anmerkung.

Will man die Boden-Weite hk aus der gemessenen hD nur schätzen, so kann man gar leicht um

einige

einige Linien fehlen. Besser ist es daher, man bringe an dem Visier-Stab einen beweglichen Schieber an, der einen so langen Schnabel (Schwalben-Schweif) hat, daß er in die Kym bey (k) paßt. Dieser Schnabel müßte auch nach den Köpfen der Dauben verlängert und verkürzt werden können.

Hat man keinen solchen Schieber an dem Visier-Stab, so sticht man auch eben so leicht jeden Boden mit dem Cirkel nach Theilen des Visier-Stabs längs der Senkung ab.

Gut ist es auch, wenn man jede Boden-Weite auch nach der Quere der Senkung mißt. Sollte sich hiebey ein Unterschied finden, so nimmt man zwischen beyden das Arithmetische Mittel.

3. Berechnet man nach der gemessenen Spund-Tiefe, Boden-Weite und corrigirten Höhe (1. a.), nach einem der Ausdrücke pag. 81. IX—XX. den Inhalt des Faßes, und richtet sich in Ansehung der Auswahl bey diesen Formeln, gewöhnlich nach dem Unterschiede der Spund-Tiefe und Boden-Weite des Faßes.

Hat man z. E. diesen Unterschied bey einem Faße (N) ehedem gleich $\eta = \frac{1}{m}$ a gemessen und noch überdies durch das Abaichen gefunden, daß sein Inhalt sich auf eine Paraboloide bringen lasse pag. 88. XXI., so schließt man gewöhnlich, alle Fäßer, bey welchen dieser Unterschied $\frac{1}{m}$ der Spund-Tiefe ist, lassen sich nach der Parabolischen Faß-Formel berechnen.

Findet man ferner, daß ein Faß (L), bey welchem dieser Unterschied $= \eta + d\eta = \frac{1}{u} a$ ist, sich auf eine Ellipsoide bringen lasse, so wird man für dieses Faß, und alle übrige, wo dieser Unterschied $= \frac{1}{u}$ der Spund-Tiefe ist, die Elliptische Faß-Formel wählen.

Hierüber will ich folgendes bemerken:

a. Einmal. Wenn man das überleget, was in (XV.) über die corrigirte innere Höhe des Faßes gesagt worden, so wird man einsehen, daß man in die Formeln pag. 84. XIII. XIV., nach welchen man den Inhalt des Faßes vergleichen will, eine Höhe 2γ bringt, die um den Theil $\omega + 2\mathfrak{h} - (\Delta + u)$ zu kurz ist, wenn man nemlich, wie bisher, die Hypothese XV. 1. a. als gültig annimmt, und auf die Senkungen der Böden gar nicht Rücksicht nimmt.

Es hat diesem zufolge der Cylinder

$$\tfrac{1}{4}\pi . b^2 . (\omega + 2\mathfrak{h} - (\Delta + u)).$$

XV. 1. b. auf die Wahl der Formel einen starken Einfluß.

Zweytens. Ist der Quotient $\frac{1}{m} a$ und $\frac{1}{u} a$ wenig zuverläßig, nach pag. 90. XXII. Es kann also leicht geschehen, daß man zwey Fäßer nach zweyerley Formeln berechnet, die doch, im Grunde betrachtet, ähnliche Fäßer sind.

Drittens. Wenn aber auch dieser Unterschied bey dem Faße (N) und (L) auf das genaueste abgemessen werden könnte, so würde doch dem ohnerachtet die Auswahl der Faß-Formel von ihm allein nicht abhangen.

Denn

Denn dieser Unterschied ist für ein und eben dasselbe Faß (N) eine Function seiner Wein-Länge, welcher in der Formel pag. 51. der Dauben-Abscisse 2x zukommt.

Die Wein-Länge aber kann nach pag. 55. II. für einerley Faß (N) verschieden seyn, und mit ihr wächst und fällt der Unterschied zwischen der Spund-Tiefe und Boden-Weite; das ist: es kann für einerley Faß (N) dieser Unterschied $\nu \pm d\nu$ werden, je nachdem x um dx zu- oder abnimmt. pag. 90. XXII. b.

Ist man nun gewohnt, diesen Unterschied bey der Wahl der Faß-Formel zum Grunde zu legen, so kann es geschehen, daß man z. E. das Faß (L), das dem Faße (N) nicht nur seiner Figur nach vollkommen ähnlich, sondern auch seiner Größe nach mit ihm gleich, nur aber in der Wein-Länge etwas verschieden ist, nach der Elliptischen Faß-Formel berechnet, da doch dem Faße (N) und also auch dem Faße (L) die Parabolische ein Genüge leisten könnte.

b. Ueberleget man aber, was ich pag. 77. u. f. über den Inhalt des Faßes und die Construction einer Faß-Formel gesagt habe, so wird man bald einsehen, daß man allen diesen widrigen Zufälligkeiten ausweichen würde, wenn man nach den allda gegebenen Regeln verfahren wollte.

Da ich nemlich den Inhalt eines Faßes durch seine ganze Wein-Länge auf einen Cylinder von dem Durchmesser (E) oder $(p+1)\frac{(a+b)}{2}$. pag. 105. XXV. a. XXVI. bey gleicher Höhe mit der ganzen Wein-Länge des Faßes gebracht habe; so kommt es zuvörderst darauf an, das (E) oder (p) für das Faß, das mit dem cubischen Visier-Stab visiert werden soll, auszufinden.

Hiezu

Hiezu aber ist ausser dem Faß-Stich und Fundamental-Verhältniß auch die Wein-Länge nothwendig.

Soll demnach ein Faß (L) mit dem Cubischen Visier-Stab visieret werden, so sucht man

1. den Faß-Stich und das Fundamental-Verhältniß, nach pag. 49. V. VI.;
2. die Wein-Länge (nach XV. 1. b. Anmerkung) und Boden-Weite, und sucht aus derselben den Factor (l) in der Formel pag. 105. XXV. und pag. 152. XV. 2. Anmerk. 2.;
3. die Senkungen beyder Böden.

Man habe nun gemessen

die Boden-Weite . . $=\beta$ Visier-Zolle,

die Boden-Senkung . $=\frac{1}{u}\beta$ . . .

den Faß-Stich . . . $=z$ . . .

Fundamental-Verhältniß $=\frac{\nu}{\mu}$ . . .

die Wein-Länge . . $=\gamma$ . . .

berechnet den Factor (l) $=\frac{1}{2}$ . . .

Aus diesen an dem Faße (L) gemessenen Dingen ersiehet man also, daß seine Stich-Zahl z und Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$, mit dem Regulator (N) pag. 85. XIV. XV. völlig überein kommen; daß also dieses Faß dem Faß (N) seiner äussern Figur nach vollkommen ähnlich; folglich auch wie dasselbe auf einen Cylinder gebracht werden könne, dessen Durchmesser $=s$ und Höhe $=\gamma$ seye.

Es ist demnach der Inhalt des Faßes (L) durch seine ganze Wein-Länge, nach dem Visier-Stab VII., gleich $\frac{1}{4}\pi \cdot \varepsilon^2 \gamma : 1000$.

Von diesem Inhalt werden noch, nach der Boden-Tafel pag. 85. XIV. h., die Boden-Räume abgezogen, so bekommt man den Inhalt des Faßes, so weit es mit Flüßigem angefüllt werden kann.

Zuletzt kann man auch noch die Grenzen für den Inhalt des Faßes suchen, nach pag. 96. XIV. k. und pag. 110. XVI. d.

c. Auf die nemliche Art visieret man auch ein Faß mit dem Stab (XII); nur bekommt man nach demselben den Inhalt des Faßes, in Visier-Pfunden ausgedrückt. Diesen kann man nun leicht auf Aymer bringen, wenn man weiß, wie viel Visier-Pfunde ein Aymer wiegt.

d. Auch ist das Visieren des Faßes mit dem Cylindrischen Stab (XIII.) nur darinn von dem Visieren desselben mit dem Cubischen (VII.) verschieden, daß man die Böden-Weite und Spund-Tiefe (wenn man sich der Formel pag. 110. XXVI. bedienen will) mit der Eintheilung der Tief-Puncte; die Wein-Länge und Boden-Senkungen aber mit der Höhen-Eintheilung mißt.

Den Inhalt bekommt man nach der Formel XIII. b. unmittelbar in Maaßen oder Visier-Pfunden; und da sich diese sehr leicht auflösen läßt, und die Operationen bey Abmessung des Faßes die nemlichen wie bey dem Cubischen Stabe sind, so ist deswegen sein Gebrauch etwas bequemer.

Bemer-

Bemerkungen über den Cubischen Diagonal-Stab in XIV.

XVI. Nach der in XIV. gegebenen Theorie dieses Stabes, ist sein gewöhnlicher Gebrauch folgender.

Man steckt den Stab bey dem Spundloch des Faßes, schief gegen die Mitte der Rymen oder Boden-Zargen der Lager-Daube ein, und sieht nach, was für einen Strich seiner Eintheilung der innere Rand des Spundlochs jedesmal abschneidet, und nimmt zwischen diesen beyden Visier-Längen das Arithmetische Mittel für den Inhalt des Faßes (k).

a. So einfach und äusserst bequem der Gebrauch dieses Stabes nach der eben besagten Visier-Methode ist, so müssen doch mit demselben noch einige andere Dinge verbunden werden, die einen starken Bezug auf den Inhalt des Faßes haben, und die so viel ich bisher inne wurde, nicht alle angewandt wurden. Man hat zwar schon lange eingesehen, daß ein und ebenderselbe Cubische Diagonal-Stab nicht für alle Fäßer ohne Unterschied anwendbar seyn könne, allein man suchte meines Wissens den Unterschied nur in dem Quotienten, aus dem Unterschied der Spundtiefe und Boden-Weite, dividirt durch die Spundtiefe; man sagte nemlich der Stab (A) ist nur brauchbar für Fäßer, bey welchen dieser Quotient $= \frac{1}{u}$ a ist, und nahm hiebey nicht auf die veränderliche Wein-Länge des Faßes, und die Boden-Senkungen Rücksicht.

Da aber das Verhalten runder Fäßer in Absicht auf ihre Figur von der Stichzahl und Fundamental-Verhältniß derselben abhängt, und ferner auch ihr

Ver-

Verhalten gegen einander in Absicht auf ihren Inhalt, ausser diesen beyden Dingen, auch noch von dem Verhältniß ihrer Boden-Weiten und Weinlängen, Boden-Dicken und Boden-Senkungen, beurtheilt werden muß, so werden bey dem Gebrauche dieses Diagonal-Stabes, statt dem Quotienten $\frac{1}{u}$ a, diese genannten Dinge zu Rathe gezogen werden müssen.

b. Nun setzt einmal die Verfertigung dieses Stabes voraus, daß man bey einem Faße (N), nach welchem derselbe regulirt wird, alle diejenigen Stücke abgemessen habe, welche in XIV. angezeigt worden sind.

Vermittelst dieses Stabes ergibt sich aber durch oben angezeigtes Verfahren der Inhalt = ς eines Faßes (k) in XIV. b. aus der Visier-Linie

$$t = \upsilon . \sqrt[3]{\varsigma} : S.$$

nach landüblichen Maaßen.

Da aber nach pag. 55. II. und pag. 85. XIV. f., die Wein-Länge des Faßes (N) veränderlich ist, und noch überdies die Länge seiner Visier-Linie auch von den Senkungen seiner Böden abhängt, so folgt hieraus, daß diesem Faße (N) nicht an allen Orten ein und eben dieselbe Visier-Länge zukommen könne.

c. Soll also ein Diagonal-Stab für alle Fäßer, welche mit dem Faß (N) in dem Fundamental-Verhältnis $\frac{\nu}{\mu}$ und Stichzahl = z, aufgesetzt werden, brauchbar seyn, so wird noch untersucht werden müssen, in wieferne sich seine Visier-Länge, mit dem Abstand der Kymen seiner Lager-Daube ändert; um den

den mit demselben gemessenen Inhalt eines Faßes, durch diese Aenderung corrigiren zu können.

Weil ferner die Aenderung der halben Wein-Länge in Absicht auf die ganze Wein-Länge niemals groß ist, so möchte es erlaubt seyn auf dem Wege der Näherung, die Aenderung der Visier-Länge des Faßes (N) nach der Differenz-Methode zu behandeln.

Nach dieser aber ist

$$dt = t.\left(\tfrac{1}{3}\frac{d\varsigma}{\varsigma} + \frac{d\upsilon}{\upsilon} - \tfrac{1}{3}\frac{dS}{S}\right);$$

wofür man auch, weil der Unterschied der beyden gleichartigen Glieder niemals beträchtlich seyn kann, setzen mag

$$dt = t \,.\, d\upsilon : \upsilon;$$

demnach ist die verbesserte Visier-Linie des Faßes (k) gleich

$$t\left(1 + \frac{d\upsilon}{\upsilon}\right).$$

d. Es ist dieses Faß (k), so wie das Faß (N) auf z Stiche in dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ aufgesetzt, also beyde ähnliche Fäßer; aber seine Wein-Länge hat ein anderes Verhältniß gegen seinen Boden-Durchmesser, als das (N); deswegen fällt auch seine Visier-Linie etwas länger oder kürzer aus, je nachdem seine Verlängerung verhältnißmäßig größer oder kleiner als des Faßes (N) ist.

Nun ist aber nach XIV. a. die Visier-Linie des Faßes (N), oder

$$\upsilon = \sqrt{\left[\left(b + \tfrac{1}{2}(a-b)\right)^2 + r^2\right]};$$

folg-

folglich

$$dv = \frac{1}{v} . x\,dx;\; x = \tfrac{1}{2}(c - e);\; dx = \tfrac{1}{2}(dc - de);$$

ferner sey $dc = lc$; auch sey

$$e = \frac{1}{g} c;\; \text{und } de = \frac{1}{\delta} . c;$$

so wird seyn

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{4} \frac{c^2}{v^2} \left(1 - \frac{1}{g}\right)\left(l - \frac{1}{\delta}\right).$$

Zu einem Exempel wähle ich hier wieder die Fäßer pag. 96. XXIV. g., und setze die Boden-Senkungen des Faßes (N) auf 3 Zoll; des Faßes (k) aber auf 1 Zoll.

Die Wein-Längen beyder Fäßer sind 96 und 49 ½ Zoll; so ist nun einmal für das Faß (N) der Werth von

$$\frac{l}{12} = \frac{1}{16};$$

$$\frac{3}{96} = \frac{1}{g};$$

$$\frac{1}{32} - \frac{1}{49\frac{1}{2}} = \frac{1}{80} = \frac{1}{\delta}.$$

Auch ist $c = 8$ Fuß, und für v kann man hier 6 Fuß annehmen; so wird nun seyn

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{4} . \frac{64 . 31 . 1}{36 . 32 . 80} = \frac{31}{5760} = \frac{1}{186} \text{ beynahe.}$$

Hätte demnach das Faß (k) bey einer Boden-Weite von 2 Fuß auch 4 Fuß Wein-Länge und $\frac{4}{32}$ oder ⅛ Fuß Boden-Senkung, so wäre dasselbe dem

L Faß

Faß (N) von innen und aussen ähnlich; da aber seine Wein-Länge um $\frac{1}{16}$ größer als jene des Faßes (N), und seine Boden-Senkungen um $\frac{1}{80}$ geringer als jene sind, so wächst dadurch seine Visier-Linie um $\frac{1}{186}$ an.

Wäre nun die Visier-Linie des Faßes, wenn es dem Faße (N) von innen und aussen ähnlich wäre, gleich 2,9693 Fuße; so ist also seine wirkliche Visier-Linie, gleich

$$\left(1 + \frac{1}{186}\right) \cdot 2{,}9693 \,.$$

das ist: die Visier-Linie dieses Faßes wird aus 0,015 Fuß länger, als sie eigentlich, der Voraussetzung bey dem Gebrauch des Diagonal-Stabs gemäß, seyn sollte.

e. Aus dem bisher angeführten ersiehet man, daß der Gebrauch des Diagonal-Stabs nicht mehr so einfach als bisher bleiben könne. Man muß nemlich mehrere Stäbe, als bisher geschehen, ausser der Visier-Linie an dem Faße messen, nemlich:

1. Muß die Stich-Zahl und das Fundamental-Verhältniß des zu visierenden Faßes aufgesucht werden, damit man ersehen möge, welcher Diagonal-Stab zu demselben genommen werden müsse.

2. Muß das Verhältniß der Wein-Länge zu der Boden-Weite des Faßes gefunden werden, um daraus den Factor (l) herzuleiten.

3. Müssen die Senkungen der Faß-Böden gemessen werden, um den Factor $\left(\frac{1}{s}\right)$ zu finden.

Wäre, zum Exempel, die Summe der Senkungen des Regulators $= 1 : g = 1 : 84$; die Sum-

Summe der Senkungen an dem Faße, das visieret werden soll $= \frac{1}{60}$; so wäre

$$1 : z = \tfrac{1}{12} . (\tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{11}) = 1 : 35 . 6 .$$

4. Wird der Diagonal-Stab nach der Vorschrift (XVI.) bey dem Faß angewandt; und nach (g.) der Corrections-Theil gesucht.

5. Werden nach der Boden-Tafel die Boden-Räume von dem corrigirten Inhalt des Faßes durch seine ganze Wein-Länge abgezogen, um den Inhalt des Flüßigen in dem Faße zu finden.

Vom Tief-Stab.

Unter diesem Stab verstehet man jenen, der nach der Spund-Tiefe des Faßes regulirt ist.

Man aichet nemlich ein Faß ab von z Stichen und dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$, das man für den Regulator (N) eines Geschlechts annehmen will, addirt zu der Aich den Inhalt seiner Böden, mißt seine Spund-Tiefe, und bestimmt nun, wie bey dem Diagonal-Stab die Spund-Tiefen für Fäßer des nemlichen Geschlechts und gleichem Verhältniß der Spund-Tiefe zu ihrer ganzen Wein-Länge.

Bezeichnet nemlich der Buchstabe

a. die Spund-Tiefe }
S. den Inhalt } des Regulators durch seine ganze Wein-Länge;

α die Spund-Tiefe }
ς den Inhalt } eines Faßes des nemlichen Geschlechts und Verhältniß der Spund-Tiefe zur Wein-Länge,

 so

so wird seyn $a^3 : \alpha^3 = S : \varsigma$;

also $\alpha = a \sqrt[3]{S : \varsigma}$;

und man kann nun nach der Cubic-Tafel die Tiefen von Maas zu Maas auf den Stab tragen.

Dieser Stab ist also für alle Fäßer von z Stichen und Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ brauchbar, wenn sich ihre Spund-Tiefe zu ihrer ganzen Wein-Länge beständig wie m : 1 verhält.

Man stößt nemlich in solchen Fällen den Stab bey dem Spund hinein, gerade gegen die Lager-Daube, und sieht nach, welchen Strich oder Punct auf dem Stab die Spund-Daube abschneidet; zieht nun hievon so viel weg, als man wegen der größern Dicke der Spund-Daube für der übrigen am räthlichsten hält, spricht nach diesem Maas den Inhalt des Faßes durch seine Wein-Länge aus, und zieht hievon seine Böden ab.

Besser aber thut man, wenn man vermittelst eines Riemens, auf welchem die Durchmesser für gegebene Umfänge aufgeschrieben oder eingeschlagen sind, den Umfang des Faßes durch seinen Spund mißt; und von dem gefundenen Durchmesser die abgegleichte Dauben-Dicke abzieht, um die Spund-Tiefe im Lichten zu bekommen.

Diese schlägt man in der für den Regulator berechneten Tafel auf, notirt sich den für dieselbe passenden Inhalt, und zieht davon den Inhalt der Faß-Böden des gegebenen Faßes nach der Boden-Tafel ab.

Damit man auch überschlagen kann, in wieferne sich die Lage der Tief-Puncte auf dem Stab ändern möge,

möge, wenn die Wein-Länge eines Faßes von z Stichen und dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ nicht gerade (m)mal größer als seine Spund-Tiefe ist; so dienen hiezu folgende Betrachtungen.

Bey Abaichung des Regulators (N) finde man, daß sich sein Inhalt um den Theil $\Delta S = u S$ ändere, wenn man die Wasser-Tiefe um den Theil $\Delta c = \frac{1}{12} c$, über seine obere Zarge verlängert, indem das Faß senkrecht aufgerichtet stehet; so wird hieraus durch die Näherung

$$\Delta a = \frac{mc}{\sqrt[3]{S}} \left[\frac{1}{3} \frac{\Delta S}{\sqrt[3]{S^2}} + \frac{\Delta c}{c} \sqrt[3]{S} \right];$$

oder

$$\Delta a = mc. \left[\frac{1}{3} \frac{u}{\sqrt[3]{S}} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt[3]{S} \right] : \sqrt{S}.$$

Wenn demnach für den Regulator (N) der Factor (u) bekannt ist, und ein Faß von dem Fundamental-Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ und der Stich-Zahl z durch den Tief-Stab visieret werden soll, dessen Wein-Länge aber um ihren $\frac{1}{12}$ Theil kürzer oder länger ist, als jene des Regulators, so findet man nach dieser Formel durch die Näherung den Theil, welchen man auf dem Stab zugeben oder abziehen muß, um sich dem wahren Inhalt des Faßes zu nähern.

Es sey z. E. die Spund-Tiefe des Regulators (N) von 5 Fußen, und seine ganze Wein-Länge von $7\frac{1}{2}$ Fuß befunden worden; so ist hier $m = \frac{2}{3}$. Sein Inhalt durch seine ganze Wein-Länge sey = 40 Aymer,

mer, und man finde, daß sich dieser um $\frac{1}{2}$ Aymer ändere, wenn man die Wasser-Tiefe um $1\frac{1}{2}$ Zoll länger macht, indem man das Faß senkrecht gestellt hat; so ist hier

$$u = \frac{1}{40}; \text{ für } \Delta c = 3 \text{ Zoll}; \frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{30}.$$

Nun sol ein Faß visiert werden, das mit dem Regulator auf einerley Fundamental-Verhältniß und Stich-Zahl aufgesetzt ist.

Seine Tiefe sey = 3 } Fuß.
ganze Wein-Länge = 4,65 }

Soll dieses Faß in Rücksicht seiner Spund-Tiefe und Wein-Länge mit dem Regulator conform seyn, so müßte seine Wein-Länge seyn

$\frac{3}{2} \cdot 3 = 4\frac{1}{2}$ Fuß.
die Wein-Länge ist aber = 4,65
Unterschied = 0,15.

$$\frac{15 \cdot 2}{100 \cdot 9} = \frac{30}{900} = \frac{1}{30}.$$

Demnach $\frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{30}$.

folglich ist für dieses Faß der Theil

$$\Delta a = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{2} \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{40 \cdot \sqrt[3]{40}} + \frac{1}{30} \cdot \sqrt[3]{40} \right] : \sqrt[3]{5}.$$

Man müßte also bey diesem Faß der gemessenen Spund-Tiefe den Theil Δa noch hinzu thun, und den Inhalt durch seine ganze Wein-Länge nach jenem Punct aussprechen, dem die Tiefe $a + \Delta a$ zukommt.

Aus dem Unterschied Δa kann man auch, wenn man will, den Inhalt des gegebenen Faßes durch Rechnung finden.

Man

Man setze seinen Inhalt $= \eta$ Maaße; so wird seyn

$$a\sqrt[3]{S:\varsigma} - a.\sqrt[3]{S:\eta} = \Delta a;$$

$$\eta = \frac{\varsigma}{\left(1 - \frac{\Delta a.\sqrt[3]{\varsigma}}{a\sqrt[3]{S}}\right)^3}.$$

Des Tief-Stabs bedienet man sich auch, die Abweinung der Fäßer zu visieren, und trägt diese gern auf eine seiner Seiten neben die Spund-Tiefen.

Es ist aber das Verfahren, nach welchem die Puncte für die Abweinung des Regulators (N) auf den Stab getragen worden, folgendes:

Man stellt das Faß so, daß seine Axe mit dem Horizonte parallel stehet; gießt in dasselbe eine bestimmte Anzahl von Maaßen hinein, und notirt sich die Tiefen des Wassers auf dem Stab, den man bey dem Spund hinein gerade hinunter nach der Lager-Daube stößt; und interpolirt die Puncte, die zwischen hinein fallen müssen. Je näher nun diese Puncte zusammen kommen, um so zuverläßiger wird deswegen der Stab eingetheilt seyn.

Am schicklichsten ist es, wenn man dabey immer so viel Maaße eingießt, daß die Puncte etwan einen Zoll weit von einander fallen, so kann man die Zwischen-Puncte desto sicherer nach dem Verfahren pag. 119. interpoliren.

Wenn denn nun der Tief-Stab für die Abweinungen des Regulators auf diese Art eingetheilt worden, so ist sein Gebrauch folgender:

Der Regulator sey auf 6 Stich gefügt, und seine Spund-Tiefe verhalte sich zu seiner ganzen Wein-Länge wie 3 : 5; seine wahre Spund-Tiefe aber sey 4 Fuß und sein Inhalt durch seine ganze Länge = 16 Aymer oder 1132 Maas.

Nun soll die Abweinung eines Faßes von 6 Stich, dessen Wein-Länge $\frac{5}{3}$ seiner Spund-Tiefe ist, visieret werden.

Die Spund-Tiefe dieses Faßes ist 18 Zoll und seine Wein-Tiefe 12 Zoll; und der Stab gibt seinen Inhalt von 60 Maas.

Da beyde Fäßer vermöge obiger Bedingniß im Lichten als ähnliche Fäßer angesehen werden können, so verhalten sich ihre Abweinungen wie ihre Tiefen; das ist, man kann setzen:

$$18 : 48 = 12 : 32.$$

Bey dem Tief-Punct 32 aber stehen auf dem Stab 828,8. Maas.

Nun ist auch

$$1132 : 60 = 828,8 : 44.$$

Die Abweinung dieses Faßes wäre also 44 Maas durch seine ganze Wein-Länge, von welchem noch der Inhalt der Böden, so weit diese naß gemacht worden, abgezogen werden muß.

Auf die nemliche Art werden auch die Abweinnngen für Ovale- Ey- und Polygonal-Fäßer auf ihre Tief-Stäbe verzeichnet; und der Tief-Stab selbst heißt ein Stab für ein (* *) Faß von z Stichen, dessen Spund-Tiefe sich zu seiner ganzen Wein-Länge wie m : 1 verhält.

§. 14.

§. 14.

Von abrunden Fäßern.

Unter einem abrunden Faß verstehen die Küfer ein jedes, das auf mehr als einen Riß aufgesetzt ist. Sie heißen nemlich jene Linie, in welcher eine durch den Spund auf die Axe des Faßes senkrechte Ebene das Faß schneidet, den Riß des Faßes. Dieser Riß ist also bey einem runden Faß der einfachste, nemlich die Kreislinie selbst, deren Mittelpunct in die Axe des Faßes fällt, bey einem abrunden Faß aber ist er entweder eine ablange in sich selbst zurückkehrende krumme Linie; oder er bildet ein reguläres, um dieselbe beschriebenes Polygon.

In jedem von diesen letztern Fällen aber kommen mehr als ein Punct vor, aus welchem diese Linie, oder ein bestimmter Theil derselben, das ist, der Riß des Faßes construirt werden muß; doch lassen sich diese Puncte bis auf (3) beschränken, und es hat nach der Anzahl dieser Puncte das Faß einen eigenen Nahmen.

Läßt sich nemlich der Faß-Riß durch einen einzigen Punct beschreiben, so ist derselbe entweder

die Kreislinie, oder ein um dieselbe beschriebenes Polygon; und das Faß, welchem derselbe zukommt, heißt ein rundes, in anderm Fall aber ein reguläres Polygonal-Faß von (m) Seiten.

Hat man (2) Puncte nöthig, um einen bestimmten Theil des Faß-Risses zu beschreiben, so heißt das Faß selbst

ein Oval=Faß, und ein Oval=Polygonal=Faß.

Sind endlich (3) Puncte nöthig, um einen Theil des Faß=Risses zu zeichnen, der hinlänglich ist, ihn von einem andern zu unterscheiden (einen bestimmten Theil), so hat das Faß den Nahmen:

ein Ey=val=Faß, und ein Ey=val=Polygonal=Faß.

Unter diesen Gattungen der Fäßer sind nach den runden Fäßern die ovalen am gebräuchlichsten. Ich will also dieselben zuerst vornehmen, und sogleich zeigen, wie die Küfer nach Handwerks=Regeln den Riß zu einem ovalen Faße aufreißen.

A. Ein Oval=Faß.

I. Wenn der Küfer den Setz=Boden eines ovalen Faßes von z Stichen aufreißen will, so nimmt er $(\frac{m}{n})$ Theile der kürzesten Daube desselben für den Durchmesser eines Kreises an, und theilet diesen Kreis in z gleiche Theile.

1. Es sey Fig. 9. die Linie AB = B = Länge der kürzesten Daube; und z. E. $\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$; so wird diese halbirt und gibt $\frac{1}{2}$AB = CB für den Durchmesser eines Kreises, der nun in (z) gleiche Theile abgetheilt wird.

   Ein solcher Theil sey nun = DFB; und die Zahl z heiße künftig der Grund=Stich des Faßes.

2. Ist die Größe eines solchen Theils gefunden, so nimmt man die Chorde DB, und trägt dieselbe genau

genau ($\frac{1}{2}z$)mal auf die gerade Linie x η Fig. 10. so gibt diese die lange Axe des Faßes ab.

3. Diese lange Axe x η theilt man ferner in $\frac{1}{2}z-1$ gleiche Theile ab, durch die Puncte A „ B (für $z=8$); setzt den unverrückten Cirkel in die Puncte A „ B, und reißet die Bögen PxE „ Q η D in die Puncte x „ η, und schneidet diese Bögen in P „ E und Q „ D.

4. Nimmt man mit dem Cirkel die Weite QP = ED und zeichnet aus den Puncten P „ Q den Punct C,
E „ D . . . N,
ziehet nun aus den Puncten C und N mit unverrücktem Cirkel die Bögen EMD „ P υ Q; so ist der ganze Faß-Riß fertig.

Von diesem Riß gibt der Theil xEMD einen bestimmten Theil ab, und dieser ergibt sich durch die Halbmesser xA und ED, welchen die Puncte A und N zukommen.

Anmerkung.

Geht man dieses eben angezeigte Verfahren durch, so wird man leicht einsehen, daß die Figur des Setzbodens, das ist, die Figur des ovalen Faßes in seiner Mitte, von dem Verhältniß $\frac{n}{m}$ und der Stichzahl z abhänge.

Es wird nemlich die lange Axe desselben größer für einerley z, je größer $\frac{n}{m}$; und für einerley $\frac{n}{m}$, wird das Oval um so viel flächer, oder ablanger, je größer z ist.

II. Hat

II. Hat der Meister den Setz-Boden aufgerissen, so bestimmt er nun die Spitzung des Faßes durch seine lange Axe.

Er nimmt nemlich für jeden Schuh der kürzesten Daube einen Theil für die Spitzung ab, um die lange Axe des Faßes über seinen Köpfen zu bekommen.

Gewöhnlich rechnet man dabey gerne $\frac{1}{2}$ Zoll auf jeden Fuß der kürzesten Daube, wenn man nicht die Gewölbe ausserordentlich stark wölben will.

Wenn also die kürzeste Daube 6 Fuß hat, so wäre nach eben besagter Abkürzung die Spitzung des Faßes durch seine lange Axe gleich

$$2 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ Zoll.}$$

Ist demnach die Linie $x\eta$ in Fig. 11. von 5 Fußen und die Höhe der kürzesten Daube = 6 Fuß, so würde die Linie

$$wT = 6 - \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} \text{ Fuß; und}$$

$$xA - wJ = \frac{1}{4} \text{ Fuß}$$

die halbe Spitzung des ovalen Faßes.

Dieser Spitzung kommt aber auch die Spitzung eines runden Faßes gleich, das mit dem ovalen einerley kürzeste Daube hat, und dessen halbe Kopf- und Bauch-Weite gleich wJ und Ax ist.

Nun weis der Küfer aus Erfahrungs-Maximen, in welchen Model ein solches rundes Faß gefügt werden müsse: er fügt deswegen auch die Dauben, welche die Gewölbe des ovalen Faßes ausmachen, in diesen Model, so daß also das ovale Faß mit jenem runden einerley Spitzung hat.

Eben

Eben so verhält es sich auch mit den Dauben zwischen EMD „ und PVQ. Der Küfer fügt dieselbe, als wollte er ein rundes Faß von dem Halbmesser PAC in Fig. 10. aufsetzen, die Dauben bey E „ P und D „ Q aber schiebt er durchs Probiren ein, weil diese auf jeder Kannte in einen andern Model gefügt werden müssen.

III. Stehen nun die Dauben in gehöriger Verbindung um den Setzreif oder Setzboden herum, so wird die Gargel mit dem Raumzahn vollends ausgeräumt, und nun auf die Böden der Antrag gemacht, die wie bey runden Fäßern eine Senkung ihrer langen Axe nach, haben.

Es theilt nemlich der Küfer die Gargel mit dem Cirkel in $z + 3$ gleiche Theile, das ist: er sticht mit dem Cirkel $(z + 3)$ mal in der Gargel herum, und trägt $\frac{1}{2}z$ dieser Theile, auf die lange Axe des Bodens (der indessen nur ungefehr zugehauen ist) und theilet diese Länge in $\frac{1}{2}z - 1$ Theile; reißt nun auch den Boden gerade so, wie den Faßriß (I.) auf, und rundet ihn hernach ab, haut ihn schräg an seiner innern Seite, gegen seine Kannte zu, ab, damit er satt, (fein gehebe) in die Gargel passe.

Ist dieses alles geschehen, so werden dann die Reiffe angetrieben, und das Faß von aussen und an seinen Köpfen verputzt.

IV. Ein solches Faß stelle nun Fig. 11. vor.

Es ist an demselben die Linie x „ die lange Axe, die Linie v m aber die kurze Axe des Faßes. Die Linie $Tu = wz$ die Höhe der Spund- und Lagerdaube des Faßes; die Linie $Hk = GL$, die Höhe der Seitendauben. Es ist ferner $Hk - Tu =$ die

die Senkung beyder Faßböden. Auch heißt der Bogen $D\eta Q$ „ ExP das obere und untere Gewölb des Faßes; $\beta\eta$ „ αx aber ihre Spitzungen; und $PM = \upsilon o$ die Spitzung der Seiten-Dauben.

V. An diesem Faß haben nun einige Theile folgende Verhältniße unter einander.

Es bezeichne wie bisher der Buchstabe B, die Länge der Spund- oder Lager-Daube des Faßes; so ist in Fig. 9.

der Durchmesser $CB = \frac{n}{m} B$; und

der Bogen $DFB = \pi \frac{n}{m} \frac{1}{z} B.$

der Winkel $DEB = 360 : z.$

die Chorde $DB = \frac{n}{m} B. \operatorname{Sin} \frac{1}{z} 180 =$ ein Stich.

Es ist ferner $x\eta = \frac{1}{2} z . \frac{n}{m} B . \operatorname{Sin} \frac{1}{z} . 180.$

Diese lange Axe $x\eta$ will ich durch D bezeichnen, so wird nach dieser Schreibart

$$Ax = D : (\tfrac{1}{2} z - 1.)$$

$$AB = D - 2D : (\tfrac{1}{2}z - 1) = (\tfrac{1}{2}z - 3) D : (\tfrac{1}{2}z - 1).$$

$$PC = AC + AP = AB + Ax; \text{ oder}$$

$$PC = (\tfrac{1}{2} z - 2) D : (\tfrac{1}{2} z - 1).$$

$$NC = \sqrt{AC^2 - \tfrac{1}{4} AC^2} = \tfrac{1}{2} AC . \sqrt{3} .$$

$$VN = PC - NC.$$

$$VN = \frac{D}{\frac{1}{2} z - 1} . \left[\tfrac{1}{2} z - 2 - \tfrac{1}{2} (\tfrac{1}{2} z - 3) \sqrt{3} \right].$$

VI. Weil

VI. Weil auch $x\eta$ als lange Axe $\frac{1}{2}$ z Stiche mißt, so ist auch nach Stichen

$$VN = \frac{z}{z-2} \cdot \left[\tfrac{1}{2} z - 2 - \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2} z - 3) \surd 3\right].$$

VII. Weis man den Setz-Boden des Faßes, so kann man auch seine Böden, und die Stich-Mödel bestimmen, nach welchen seine Gewölb und Seiten-Dauben gefügt werden müssen.

Es sey z. E. bey dem Faß Fig. 11.

$x\eta = D = 4$ Fuß; und $z = 8$ Stich. $B = 5$ Fuß; und man wolle dem Faß über seine lange Axe gerade $5\frac{11}{17}$ Zoll Spitzung geben; so ist also einmal

$$wT = 48 - 5\tfrac{11}{17} = 42\tfrac{6}{17}; \text{ und}$$

$$wJ = 42\tfrac{6}{17} : 3; \text{ also } 2 \cdot wJ = \frac{2 \cdot 42\tfrac{6}{17}}{3} \cdot = \frac{480}{17}.$$

dividirt man hierein mit 5 . 12 Zoll, als der Länge der kürzesten Daube, so bekommt man das Fundamental-Verhältniß des runden Faßes, dessen Bauch-Weite $= Ax + B\eta$ in Fig. 11. ist; nemlich

$$\frac{480}{17 \cdot 60} = \frac{8}{17}.$$

Setzt man nun die Stich-Zahl, in welche die Dauben beyder Gewölbe gefügt werden $= u$; so ist nach der Formel pag. 17. IV.

$$\frac{8}{17} \cdot \frac{60}{u-1} = 5\tfrac{11}{17}; \text{ und}$$

$$u = 6 \text{ Stich}.$$

VIII.

VIII. Eben so findet man auch die Stich-Zahl, in welche die Seiten-Dauben des Faßes gefügt werden müssen.

Es ist nemlich nach der Formel (V.) die halbe kurze Axe des Faßes an seinen Köpfen und durch seine Mitte gleich 16 und 18 Zoll; demnach die Spitzung des Faßes in seiner Mitte = 4 Zoll.

Nun ist ferner auch der Halbmesser des Lehrbogens, nach welchem die Seiten-Dauben gekrümmt sind,

$$\frac{2}{3} \cdot 46 \frac{6}{17};$$

also der Durchmesser jenes runden Faßes, dessen Dauben nach dem nemlichen Lehrbogen gekrümmt sind, gleich

$$56 \frac{1}{12} \text{ Zoll.}$$

Dividirt man in 52 mit der kürzesten Daube von 60 Zoll, so ist das Fundamental-Verhältniß dieses Faßes gleich

$$\frac{1}{15} \cdot \frac{13}{15}.$$

Endlich bezeichne der Buchstabe λ. den Stich-Model der Seiten-Dauben, so wird auch seyn

$$\frac{13}{15} \cdot \frac{60}{\lambda - 1} = 4 \cdot \text{Zoll; und}$$

$$\lambda = 14 \text{ Stich.}$$

IX. Zuletzt ist auch eine besondere Eigenschaft dieser Oval-Linie, daß sich die Chorde D B Fig. 9. sehr nahe

$$(z + 3) \text{ mal}$$

auf derselben herumtragen läßt.

Nun läßt sich aber der Stich D B auf der langen Axe x_{η} gerade $\frac{1}{2}$ z mal, auf der Oval-Linie x M y V x aber

aber $(z + 3)$ mal herum stehen; folglich treffen auf die Oval-Linie $(z + 3) : \frac{1}{2} z$ oder $2 (z + 3) : z$ mal mehr Stiche als auf die lange Axe des Faßes.

X. In dieser wichtigen Eigenschaft der Oval-Linie beruhet auch das Fundament von der Construction der ablangen Polygonal-Fäßer.

Denn wenn die Oval-Linie Fig. 10. in $z + 3$ gleiche Theile abgetheilt wird, so bekommt man die Seiten eines ablangen Polygons von $z + 3$ gleichen Seiten.

Diese Fäßer aber sind bey weitem nicht so allgemein als ovale Fäßer. Meistens werden sie in solchen Fällen aufgesetzt, wenn ein Meister zeigen will, daß er in seinem Metier etwas leisten könne. Ein solcher stößt auch manchmal Nuthen in die Kannten.

Er bedient sich hiezu eines geraden Stich-Models oder vierspitzigen Cirkels, der an einer Seite ein um einen Nagel bewegliches Lineal hat, nach welchem der Winkel der Kannte der Daube mit der Fläche der Tafel, auf der Fügbank gestossen wird. Wären $x \gamma$ und MD dergleichen Polygonal-Dauben; so ist für erstere dieser Winkel $= x \gamma A$; für die andere aber $= DMV$.

XI. Aus den bisher an dem ovalen Faß entdeckten Eigenschaften lassen sich nun auch die Merkmale herleiten, durch welche sich dieselbe von einander unterscheiden.

Man findet nemlich den Grund-Stich des Faßes aus seiner langen und kurzen Axe, nach der Formel (V.)

Bezeichnet man die kurze Axe VM Fig. 10. mit dem Buchstaben C, so ist der Grund-Stich des Faßes

$$z = \frac{4D(1 - \frac{3}{4}\sqrt{3}) - C}{D.(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}) - \frac{1}{2}C}.$$

XII. Weiß man den Grund-Stich des Faßes, so bekommt man auch den Stich selbst aus der langen Axe; es ist nemlich derselbe

$$D \backsim \frac{1}{2}z.$$

XIII. Das Fundamental-Verhältniß bekommt man eben so, wie bey runden Fäßern. Man dividirt mit der kürzesten Daube in die größte Weite des Faßes über seinen Köpfen.

XIV. Die Stiche, in welche die Dauben an den Gewölben und an den Seiten des Faßes gefügt sind, bekommt man, indem man einige derselben mit einander über den Köpfen und durch ihre Hälfte mißt; und die Maaße mit einander vergleicht.

XV. Eigentlich sind es also vier Haupt-Merkmale, durch welche sich zwey ovale Fäßer M und N, deren kürzeste Dauben einander gleich sind, in Absicht auf ihre Figur, von einander unterscheiden, nemlich:

1. Das Fundamental-Verhältniß;
2. Der Grund-Stich der Fäßer;
3. Die Spitzungen ihrer Seiten-Dauben,
4. . . . . . ihrer Gewölbe.

Sind alle diese Dinge für beyde Fäßer einerley, so sind diese Fäßer ähnliche Fäßer.

XVI. Es folgt aber bey ovalen (so wie bey runden) Fäßern noch nicht, daß die beyden Fäßer M

und N auch ihrem Inhalte nach einander gleich seyn müssen.

Denn ausserdem, daß dieselben in Ansehung der Figur ihrer Dauben im Lichten etwas von einander abweichen mögen, können sie in Rücksicht ihrer Wein-Längen und Böden von einander verschieden seyn.

Auch gilt übrigens von diesen Fäßern alles, was pag. 77. I—V. von runden Fäßern gesagt worden; folglich ist auch der allda beygefügte Folgesatz (VI.) für dieselbe wahr.

Inhalt des ovalen Faßes.

XVII. Da bey Aufsetzung dieses Faßes zwey Stich-Model gebraucht werden, so zerfällt es von selbst in zwey Haupttheile.

Von diesen gibt sich das eine Stück, wenn man parallel mit der durch die Mittelpuncte beyder Böden gezogenen Axe das Faß in den Linien QD und EP Fig. 10. durchschneidet.

Das andere Stück besteht aus den beyden übrig bleibenden Segmenten Q y D und P x E, die einander gleich sind.

Beyde werden nach der Formel pag. 118. XXVII. berechnet.

Es ist nemlich für das Stück zxWz die Sagitte = xF; der Halbmesser des Faßes = a die Linie Ax; und WJ = b stellt die halbe Boden-Weite und 2WJ : Wxz das Fundamental-Verhältniß des Faßes vor, dessen Stich aus seinen Dauben abgenommen werden mag.

Eben

Eben so verhält es sich mit dem Segment EMD Fig. 11.

Dies gehört einem Faß vom Halbmesser PC zu, Fig. 10; seine Sagitte ist die Linie PM.

Zu diesem muß nun noch das Parallelopipedon PQED, dessen Höhe mit jener des Faßes einerley ist, addirt werden.

a. Für das Segment EMDCE stellt also CM oder in Fig. 11. die Sagitte PM eigentlich das vor, was pag. 118. XXVII. unter der Wein-Nässe verstanden worden, wenn hievon noch die Dauben-Dicke abgezogen wird, und es ist in Fig. 10.

$$CM = PC - RC; \text{ und } RC = \tfrac{1}{2} PC . \sqrt{3}.$$

Demnach ist in Fig. 11.

$$PM = \frac{(\tfrac{1}{2}z - 2)(1 - \tfrac{1}{2}\sqrt{3})}{\tfrac{1}{2}z - 1} D - \upsilon.$$

wo der Buchstabe υ die Dauben-Dicke des Faßes vorstellt.

Es ist ferner der Halbmesser der Seiten-Dauben VC in Fig. 10. gleich

$$D(\tfrac{1}{2}z - 2) : (\tfrac{1}{2}z - 1);$$

und der Halbmesser des Faßes an der Stelle H der Daube Fig. 11.

$$D.(\tfrac{1}{2}z - 2).(u-1).B : (\tfrac{1}{2}z - 1). \sqrt{.(u-1)^2.B^2 + 4(2u-1).x^2}.$$

wo $x = MH$ als Dauben-Abscisse, u den Stich-Model, in welchen die Seiten-Dauben gefügt sind, und B die kürzeste Daube des Faßes bedeutet.

Des-

Deswegen ist auch in der Formel pag. 87. XVII.

$$(a-b)=\frac{1}{4}\cdot\frac{D.(\frac{1}{2}z-2)}{\frac{1}{2}z-1}\,1-(u-1).B:\sqrt{((u-1)^2.B^2+4(2u-1)x^2)}.$$

$$(a+b)=\frac{1}{2}\cdot\frac{D.(\frac{1}{2}z-1)}{\frac{1}{2}z-1}\cdot\left[1+(u-1).B:\sqrt{((u-1)^2.B^2+4.(2u-1)x^2)}\right]-\upsilon.$$

wornach sich der Werth von m berechnen läßt.

b. Es sey ferner der Stich, in welchen die Gewölb-Dauben des Faßes bey x und η gefügt worden, $= w$; so ist einmal in Fig. 10.

$$G\eta=\tfrac{1}{2}D:(\tfrac{1}{2}z-1)-\upsilon;$$

und pag. 87. XVII.

$$\tfrac{1}{4}(a-b)=\tfrac{1}{4}D.\left[1-\frac{(\omega-1)B}{\sqrt{(\omega-1)^2B^2+4(2\omega-1)x^2}}\right]:\tfrac{1}{2}z-1;$$

$$(a+b)=\tfrac{1}{2}D.\left[1+\frac{(\omega-1)B}{\sqrt{(\omega-1)^2.B^2+4.(\omega-1)x^2}}\right]:(\tfrac{1}{2}z-1)-\upsilon.$$

c. Weil aber die Ovale des Faßes an seinen Köpfen oder auch seine Böden ähnlich sind seinem Setz-Boden; so kann man den Unterschied (a — b) noch auf eine andere Art ausdrücken.

Es bezeichne nemlich der Buchstabe δ den Unterschied zwischen der langen Axe des Faßes durch seinen Spund und seiner langen Boden-Axe; so sind einmal die Halbmesser der Seiten-Dauben in ihrer Mitte und an der Stelle der Faß-Böden gleich

$$D.(\tfrac{1}{2}z-2):(\tfrac{1}{2}z-1)\,/\!/\,(D-\delta)(\tfrac{1}{2}z-2):(\tfrac{1}{2}z-1);$$

also $\quad a-b=\delta.(\tfrac{1}{2}z-2):(\tfrac{1}{2}z-1).$

Es seyn nun

$$f = \frac{1}{4}(a-b) = \frac{1}{4}.\delta\left(\frac{1}{2}z-2\right) : \left(\frac{1}{2}z-1\right);$$

so wird nach den bisher eingeführten Bezeichnungen seyn der Werth von m in der Formel pag. 87. XVII. für die Seiten, gleich

$$\left[\frac{D.(\frac{1}{2}z-2)(1-\frac{1}{2}\sqrt{3})-(\frac{1}{2}z-1).(f+v)}{(\frac{1}{2}z-2)(D+\frac{1}{2}\delta)-(\frac{1}{2}z-1)v}\right].1000.$$

d. Auf die nemliche Art wird sich auch jener Factor für die Gewölbe des Faßes angeben lassen.

Es ist nemlich in Fig. 11. $xF = \frac{1}{2}D : (\frac{1}{2}z-1)$; setzt man ferner

$$g = \frac{1}{4}\,\frac{\delta}{\frac{1}{2}z-1};$$

so wird jener Factor für die Gewölbe gleich

$$\frac{[D-2(\frac{1}{2}z-1)(g+v)]\,1000}{2((D-\frac{1}{2}\delta)-(\frac{1}{2}z-1)v)}.$$

e. Endlich muß auch das Parallelopipedon berechnet werden, dessen Grundfläche das Parallelogramm PQED in Fig. 10. ist, und dessen Höhe der ganzen Wein-Länge des Faßes gleich kommt.

Nun ist aber das Parallelogramm PQED gleich

$$PQ \times QD; \text{ oder } 2PQ \times NR;$$

und $PQ = D.(\frac{1}{2}z-2) : (\frac{1}{2}z-1)$; $NR = RC - NC$.

Auch ist $RC = \frac{1}{2}PC.\sqrt{3}$; $NC = \frac{1}{2}AB.\sqrt{3}$.

$$AB = (\frac{1}{2}z-3)D : (\frac{1}{2}z-1).$$

Dem-

Demnach ist

$$PQ \times NR = \frac{D.(\frac{1}{2}z-2)}{\frac{1}{2}z-1}.D.\sqrt{3} : (\frac{1}{2}z-1);$$

oder

$$\frac{\frac{1}{2}z-2}{(\frac{1}{2}z-1)^2} D^2 . \sqrt{3} .$$

f. Wenn demnach der Inhalt eines ovalen Faßes berechnet werden soll, so kommt es darauf an, daß man berechne:

1. Den Inhalt zweyer Fäßer, von welchen die Segmente EMD und QηD Stücke vorstellen; nach der Formel pag. 110. XXVI. f.

2. Berechnet die Werthe von m der Formel pag. 118. XXVII. für beyde Segmente, und multiplicirt den ihnen zukommenden Cirkel-Schnitz in den berechneten Inhalt der Fäßer.

3. Berechnet das Parallelopipedon, das auf der Fläche PQED stehet, und addirt es zu den vorigen Segmenten.

g. Um dieses durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich ein ovales Faß vor, dessen

lange Axe durch den Spund $= 6$ } Fuß von aussen
lange Boden-Axe $= 5\frac{1}{7}$ }
ganze Wein-Länge $= 5\frac{1}{2}$.
der Grund-Stich des Faßes sey $= 12$,
der Stich-Model der Seiten-Dauben $= 18$,
. . . . Gewölb-Dauben $= 4$,
die ausgeglichte Dicke der Dauben beträgt $\frac{1}{10}$ Fuß.

Diesen Datis zufolge wäre also in vorigen Formeln:

$D = 6;\ \delta = \frac{4}{5};\ T = 5\frac{1}{2};\ z = 12;\ u = 18;\ w = 4;\ \upsilon = \frac{1}{10}.$

Auch ist für jenes Faß, welchem das Segment EMD Fig. 10. zukommt, in der Formel pag. 110. XXVI. f. der Werth von

$$A = 2 . D . (\tfrac{1}{2} z - 2) : (\tfrac{1}{2} z - 1) = 2 . 6 . 4 : 5 = 48 : 5.$$

und was allda durch den Buchstaben z vorgestellt wird, das ist hier der Buchstabe u für das Segment EMD; und w für das Segment Q,,D.

Nach der Tabelle pag. 110. XXVI. g. ist ferner für u = 18;

$$\text{Arc. tang} \sqrt{\tfrac{35}{17}} = 0{,}334103; \qquad \frac{2\upsilon}{A} = \frac{1 \cdot 5}{5 \cdot 48} = \frac{1}{48}.$$

$$\frac{2\upsilon}{A} . \log \frac{1 + u : \sqrt{2u-1}}{1 - u : \sqrt{2u-1}} = -0{,}01436 \qquad \frac{u-1}{\sqrt{2u-1}} = \frac{17}{\sqrt{35}}.$$

$$\overline{0{,}319732}$$

$$\tfrac{1}{4}\pi . A^2 . T = \frac{0{,}785 . 48^2 . 11.}{2 . 25.} = 397{,}91.$$

Nun ist aber

$$\begin{aligned} \log 0{,}31973 &= .\ 3{,}5047834 - 4 \\ \log 17 : \sqrt{35} &= 0{,}4584149. \\ \log 397{,}91 &= 2{,}5997849. \\ \hline &2{,}5629832. \end{aligned}$$

Diesem Logarithmen kommt zu die Zahl 368,88, welche hier den Inhalt jenes Faßes vorstellt, von welchem das Stück EMD ein Segment ist.

Für

Für dieses muß nun der Factor (m) pag. 87. XVII. berechnet werden.

Es ist nemlich

$$1 - \tfrac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}13398 \,;\; f = \tfrac{1}{25} \,;\; f + v = 0{,}14.$$

Demnach der Zähler des Bruchs in der Formel lit. c. gleich

$$6 \,.\, 4 \,.\, 0{,}13398 - 5 \,.\, 1{,}50 = 1{,}71552 \,;$$

und der Nenner:

$$4 \,.\, 6\tfrac{2}{5} - 5 : 10 = 251 : 10 \,; \text{ also}$$

$$m = \frac{17{,}1552 \,.\, 1000}{251} = 68{,}3.$$

Schlägt man nun die Zahl 68 in der Tabelle pag. 124. auf, so steht daneben die Zahl 0,0294814; diese dupplirt, gibt 0,0589628, so daß also der Inhalt der über der Fläche EMD Fig. 10. stehenden Faß-Segmente gleich kommt

$$368{,}88 \times 0{,}059 = 21{,}76 \text{ Cubic-Fußen.}$$

Eben so werden auch die Segmente der Gewölbe des ovalen Faßes berechnet. Man berechnet zuerst den Inhalt eines Faßes, dessen Durchmesser gleich $2D : (\tfrac{1}{2}z - 1)$, und das in 4 Stiche gefügt ist, folgendermaßen:

Hier ist Arc. tang $\frac{\sqrt{2w-1}}{w-1} = 0{,}723857$. nach der Tafel pag. 114.

$$\frac{1}{48} \log \frac{1 + w : \sqrt{2w-1}}{1 - w : \sqrt{2w-1}} \quad \frac{= -0{,}03315}{0{,}690706.}$$

$$\tfrac{1}{4}\pi . A^2 . T = \frac{0,785 . 144 . 11}{25 . 2} = \Bigg\| \frac{w-1}{\Upsilon . 2w-1} = 3 : \sqrt{7} .$$

log 0,690706	=	3,8392895 — 4.
log $3 : \sqrt{7}$	=	0,0545723
log 24,87	=	1,3956758.
		1,2895376.

Diesem Logarithmen kommt zu die Zahl 19,1478; die hier den Inhalt jenes runden Faßes ausmachen, von welchem das Stück $Q\eta D$ ein Segment ist

Auch für dieses muß der Factor m berechnet werden, nach der Formel lit. d.

In derselben ist $g = \frac{1}{25}$; $g + v = 0,14$; demnach der Exponent jenes Faßes gleich

$$\tfrac{1}{2}(6-0,4) : \left(\tfrac{28}{5} - \tfrac{1}{2}\right) = 0,451 . 1000 = 451.$$

Dieser Zahl kommt in der Tabelle zu 0,4377113; diese dupplirt, gibt 0,8754226; so daß also der Inhalt der über den Flächen $Q\eta D$ und PxE Fig. 10. stehenden Theile des Faßes gleich kommt

$$19,478 \times 0,875 = 17,04 . \text{ Cubic-Fuße.}$$

Zuletzt ist das über der Fläche PQED stehende Parallelopipedon zu berechnen, dessen Inhalt ist

$$\frac{4 . 36 . 11 . 1,73205}{25 . 2} = 54,81 . \text{ Cubic-Fuße.}$$

und so wäre demnach der Inhalt des ganzen Faßes durch seine ganze Wein-Länge gleich

88,61. Cubic-Fuße.

h. Auf

h. Auf diesem Wege müßte also der Theoretiker die Cubatur des ovalen Faßes suchen, wenn er dieselbe mit erträglicher Genauigkeit angeben will.

Kürzer aber kommt man durch die Näherung weg.

Wenn nemlich bey Fäßern die Gewölbe noch nicht über 4 und 5 Stich gefügt sind, so addiret man die Axen des Setz-Bodens und der Faß-Boden zusammen, und theilet die Summe der Zahl der Axen, so gibt der Quotient den Durchmesser eines Cylinders, der bey gleicher Wein-Länge mit dem Faß auch gleichen Inhalt mit ihm hat.

Sind die Gewölbe flächer, also wenigstens in 6 Stich gefügt, so suchet die mittlere Proportional-Linie = a zwischen den beyden Axen des Setz-Bodens, und eben so auch die mittlere Proportional-Linie b zwischen den beyden Boden-Axen.

Addiret a und b in eine Summe, und nehmet aus dieser das Arithmetische Mittel = c.

Berechnet von a und b die Cirkel-Flächen, und äquiret sie; ziehet auch die Cirkel-Fläche des Durchmessers c von jener äquirten ab, und addiret nach Beschaffenheit der Umstände $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ der Differenz zu der Cirkel-Fläche des Durchmessers c, so gibt die Summe die Fläche eines Cylinders ab, der bey einerley Wein-Länge mit dem Faß gleichen Inhalt mit ihm hat.

XVIII. Anderst aber mag in Praxi bey der Bestimmung des Inhalts eines ovalen Faßes verfahren werden.

Man kann nemlich sehr leicht das Faß auf einen Elliptischen Körper bringen, der bey gleicher Höhe mit

mit der Wein-Länge des Faßes ihm an Inhalt gleich kommt.

Wenn demnach ein ovales Faß als Regulator (N) gegeben ist, dessen Inhalt durchs Abaichen von S. Cubic-Fußen befunden worden, so seyen die Arithmetischen Mittel zwischen seiner langen Axe durch den Spund und seiner langen Boden-Axe $= a$; zwischen seinen kurzen Boden und mittlern Axe aber $= b$; alles im Lichten genommen.

Auch bezeichne der Buchstabe Q die Fläche jenes Kreises vom Durchmesser a, und (c) die ganze Wein-Länge des Faßes; so ist einmal die Fläche der Ellipse, deren lange Axe gleich (a) war, gleich

$$\frac{b}{a} Q.$$

Zuletzt verhalte sich die Fläche der Ellipse zur Fläche einer Ovale von gleichen Axen wie $p : 1$; und es wird deswegen seyn

$$\frac{p \cdot b}{a} Q = \frac{S}{c};$$

$$p = \frac{S}{Q} \frac{a}{b} \frac{1}{c}.$$

Dieser Ausdruck ist allgemein für ein jedes abrunde Faß brauchbar, dessen Riß aus zwey Puncten beschrieben werden kann.

Hat man den Factor (p) für den Regulator (N) gefunden, so kann man nunmehr sagen:

Ein ovales (oder auch ein ablanges Polygonal-Faß), das in dem Verhältnis $\frac{\nu}{\mu}$ auf z

Sti-

Stiche aufgesetzt ist, dessen Seiten-Dauben und Gewölbe in (u) und (v) Stiche gefügt sind, gleicht seinem Inhalte (durch seine Weinlänge) nach, p Theilen einer Ellipse, deren Höhe der Weinlänge des Faßes, und deren Länge und Breite den adäquirten langen und kurzen Axen des Faßes gleich kommen.

B. Ein Ey-Faß.

I. Was einmal den Faß-Riß eines solchen Fasses anbelangt, so wird derselbe aus drey Puncten aufgerissen, und es müssen daher seine Dauben auch in dreyerley Stich-Mödel gefügt werden.

Dieses Aufreißen aber kann auf verschiedene Weise geschehen, je nachdem der Kiefer ein verkürztes, oder ein gezogenes Ey zu seinem Faße nehmen will.

Was das verkürzte Ey anbelangt, so ist sein Riß nach Fig. 12. folgender:

Der Küfer nimmt $\frac{n}{m}$ der kürzesten Daube des zu verfertigenden Ey-Faßes für den Durchmesser AB, des Grund-Cirkels des Faßes an; und zieht mit AB, aus den

Puncten	die Bögen
A „ B	BV „ AV.

Theilet nun den halben Grund-Cirkel in zwei gleiche Theile in dem Puncte F, und ziehet durch diesen Punct die Linien AG und BM.

Reißet endlich mit dem Halbmesser MF die Rundung MEG; so ist der Faß-Riß für das verkürzte Ey fertig.

Eigen-

Eigenschaften dieses Faß-Risses.

II. Nach der Construction dieses Risses ist einmal

$$AB = \frac{n}{m} . B; \; AF = \sqrt{(AC^2 + CF^2)} = AB \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

$$FG = AB - AF = AB (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}});$$

$$\text{Sin } MFE = AC : AF = \frac{1}{2\sqrt{\tfrac{1}{2}}}$$

$$MG = {}^2NC = AB (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}) : \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

$$AN = AC - NC.$$

$$AN = \tfrac{1}{2} AB (-1 + 2\sqrt{\tfrac{1}{2}}) : \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

$$NM = \sqrt{(AB^2 - NB^2)}; \; NB = AB - AN.$$

$$NM = AB \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\tfrac{1}{2}}}\right)\left(\frac{-1 + 2\sqrt{\tfrac{1}{2}}}{2\sqrt{\tfrac{1}{2}}}\right) AB = AB : \sqrt{2}.$$

$$Ez = FG - Fz; \; Fz = \sqrt{(FG^2 - Mz^2)}.$$

$$Ez = (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}) . AB (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}).$$

Es ist ferner die Fläche

$$ADBA = \tfrac{1}{4} . \tfrac{1}{2} \pi . AB^2 = \tfrac{1}{8} \pi . AB^2.$$

und $\frac{AN}{2AB} = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 0,146,4;$ auch

$$\frac{zE}{2FG} = \frac{1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}}{2} = 0,146,4.$$

Demnach ist auch die Fläche

des Segments $MEG = \pi . AB^2 . 0,0904432 . (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}).$

des

des doppelten Segments ANM $= \pi . AB^2 . 0{,}0904432$.

des doppelten Parallelogramms NMzC $= AB^2 . (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}})$.

also die Fläche des Setzbodens des Eyfaßes gleich

$$\pi . AB^2 \times 0{,}32 \text{ beynahe.}$$

Weiter ist $\sqrt{} . DE \times AB$ die mittlere geometrische Proportional-Linie zwischen beyden Axen des Eyes; und $DE \times AB = AB^2 (2 - \sqrt{\tfrac{1}{2}})$ gleich der Fläche jenes Quadrats, dessen Seite die mittlere Proportional-Linie zwischen DE und AB ist.

Vergleichet man diese Fläche mit der Fläche des Eyes, so verhalten sich beyde gegen einander wie

$$1 - 1 : 2\sqrt{2} : 2 \text{ beynahe;}$$

oder die Fläche des Eyes ist

$$\text{der } \frac{1}{2 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}} \text{ Theil}$$

des Parallelogramms $AB \times DE$.

oder sie ist auch beynahe gleich dem Quadrat seines Grund-Cirkels.

Sticht man ferner 25 mal auf dem Faß-Riß herum, so ist $\tfrac{1}{25}$ desselben, sehr nahe $= \tfrac{1}{2} FG$.

Ist demnach der Umfang des Eyes $= P$, so ist:

$\frac{25}{2} . AB . (1 - \tfrac{1}{2}\sqrt{}) = P$; demnach der Durchmesser des Grund-Cirkels des Eyes, gleich

$$AB = 2P : 25 . (1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}); \text{ und}$$

$$FG = \tfrac{2}{25} P.$$

Anmerkung.

In dieser Eigenschaft des gekürzten Eyes hat auch die Construction des 25eckichten Polygonal-Ey-Faßes seinen Grund. Die Küfer theilen nemlich das Ey in 25 gleiche Theile, und bekommen dadurch die Seiten dieses Polygonal-Faßes.

III. Was ferner das gezogene Ey anbelangt, so reißen die Küfer dasselbe nach verschiedenen Methoden auf.

Ich kann zwar nicht angeben wie vielerley dieser Methoden sind, doch vermuthe ich, daß ausser denjenigen, welche ich jetzt gleich anführen will, nicht viel mehrere eingeführt seyn möchten.

α. Will nemlich der Küfer ein Ey-Faß von z Stichen auffsetzen, so nimmt er $\frac{n}{m}$ seiner kürzesten Daube für den Durchmesser AB Fig. 13. eines Kreises, das ist für die Grund-Weite des Faßes an; und theilet diesen Kreis in (z) gleiche Theile oder Stiche.

Ein solcher Stich sey in Fig. 13, die Chorde AD $= \alpha$.

Solcher Stiche trägt er nun $\frac{1}{2}$z auf die Linien EG; heißet diese Linie die lange Axe des Eyes, und reißet mit der Weite FG $=$ AD, aus F den Bogen JGH, und macht aus dem Punct G die Chorde GH $=$ JG $=$ FG. Oefnet den Cirkel von B nach J, und schneidet mit dieser Weite, den Punct k aus den Puncten A und J; und ziehet den Bogen AJ.

Eben so verfährt man auch auf der andern Seite, so ist der Faß-Riß für das Ey-Faß von z Stichen gezeichnet.

In

In diesem Riß ist also $FG = \alpha$ oder einem Stich des Ey-Grund-Cirkels gleich, und

$$oJ = RC = \alpha . \text{Sin } 60 = \tfrac{1}{2}\alpha . \sqrt{3};\ Fo = \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Es sey ferner $AB = q\alpha$; so wird

$$Co = RJ = \tfrac{1}{2}\alpha . (z-(q+1));\ RB = \tfrac{1}{2}\alpha(q+\sqrt{3});$$

demnach

$$BJ = \tfrac{1}{2}\alpha . \sqrt{(z-(q+1)^2 + (q+\sqrt{3})^2)}.$$

Weil ferner $AD = 2 - AC . \text{Sin } 180 : z$;

so ist auch

$$q = AB : AB \text{ Sin } 180 : z = \text{Cosec. } 180 : z.$$

Für $z = 12$ Stiche würde also

$$q = \text{Sec. } 75 = 3{,}8637;$$

$$RJ = \tfrac{1}{2}\alpha . 7{,}1363;\ RB = \tfrac{1}{2}\alpha . 5{,}59575.$$

$$BJ = \tfrac{1}{2}\alpha . 9{,}0685.$$

Fläche AEB = α^2.	11,739.
. . JGH =	0,61387.
. . RH =	6,18008.
doppelte Fläche AJR =	4,22845.
Fläche des Eyes = α^2.	22,76135.

Endlich ist die Fläche des Rectanguli $AB \times EG$ gleich

$$\tfrac{1}{2}z\alpha \times q\alpha . = \alpha^2 . \tfrac{1}{2}z . q;$$ das ist:

für $z = 12$ ist diese Fläche gleich

$$6 . 3{,}8637 . \alpha^2 = \alpha^2 . 23{,}1822;$$

folglich verhalten sich die Fläche des Eyes und jenes des Rectanguli gegen einander, wie

22,76135 : 23,1822.

β. Statt dieses Eyes pflegen die Küfer noch ein anderes, das noch mehr gezogen ist, als das vorige, nach der nemlichen Stich-Zahl z aufzureißen.

Der Küfer trägt nemlich Fig. 13. den Stich AD genau ($\frac{1}{2}$z+1)mal auf die Linie EN.

Ist nun GN ein solcher Stich, also GN=AD, so halbirt er denselben in dem Puncte M; und theilet nun die Linie EM genau in $\frac{1}{2}$z gleiche Theile; und gibt der untern Rundung einen solchen Theil =OM, der obern Rundung aber zwey solche Theile =EU zum Halbmesser.

Reißet also mit dem Halbmesser OM den Bogen αMβ, und machet Mβ=Mα=MO; desgleichen auch EP=QE=EU.

Nehmet endlich die Weite αB, und bestimmt mit derselben aus P und β den Punct γ; und reißet aus demselben den Bogen Pβ; ziehet eben so auch die andere Seite des Eyes; so ist der Faß-Riß für dieses Faß aufgerissen.

γ. Einige tragen auch $\frac{1}{2}$z+1 Stiche auf die Linie EN und nehmen diese für die lange Axe des Faßes an; so daß also dieses Ey gerade um einen Stich länger als das Ey in (α) ist.

δ. Mehrere Methoden, das Ey zu reißen, sind mir nicht bekannt geworden. Man siehet aber leicht ein, wo es mit diesen Faß-Rißen hinaus will: denn je öfter der Stich umgeschlagen wird, um so viel länger

ger wird die lange Axe des Eyes; also das Ey um so viel gezogener. Ich halte aber dafür, daß man ein Ey, dessen lange Axe $\frac{1}{2}z+1$ Stiche mißt, schon für das gezogenste annehmen dürfe.

ε. Es tragen ferner auch die Küfer den Stich auf dem Faß-Riß herum, so oft es angeht, um das Verhältniß der langen Axe zu dem Umfang des Polygons zu finden, der in diesem Ey stehen kann. Geht dieses Herumtragen genau (m)mal an, und mißt die lange Axe (n) Stiche, so notiren sie sich diese beyde Zahlen, und bedienen sich derselben, die Böden des Ey-Faßes oder ein Polygonal-Ey-Faß darnach aufzureißen. Sind ihnen nemlich für ein Ey (N) diese Zahlen bekannt, und sie sollen den Boden für ein solches Ey-Faß machen, so stechen sie in seiner Gargel (m)mal herum, das ist, sie theilen dieselbe mit dem Cirkel in (m) gleiche Theile, und tragen hievon (n) Theile für die lange Axe des Bodens ab, und reißen nach diesen Theilen den Boden auf.

Sollte der Küfer bey dem Abstechen des Faß-Risses auf eine ungerade Zahl kommen, so daß also die Zahl (m) eine gebrochene Zahl wäre, so theilet er denselben in eine gewiße Anzahl gleicher Theile, und probirt nun, wie oft sich ein solcher Theil auf die lange Axe tragen läßt; kommt er hier auf eine gerade Zahl, oder wenigstens auf eine Bruchzahl, deren Nenner $= 2$ ist, so hat er seine Absicht erreicht, und er notirt sich beyde Zahlen. Ist dieses nicht, so sticht er so lange auf dem Faß-Riß herum, bis er auf einen Stich kommt, der auf der langen Axe entweder (n) oder $(n+\frac{1}{2})$mal sich auftragen läßt.

Unterscheidungs-Zeichen der gezogenen Ey-Fäßer.

IV. Aus dem, was von der Aufreißung des Faß-Risses gesagt worden, ist zu ersehen, daß an einem Ey-Faß mehrere Unterscheidungs-Zeichen aufzusuchen seyen, als an einem ovalen Faß. Auch sind die Methoden, dieselben zu finden, auch anderst, als bey dem ovalen Faße, wie folgt:

Man findet nemlich fürs erste den Faß-Stich nicht aus dem Faß-Risse, sondern aus dem Boden des Ey-Faßes.

Es stelle in dieser Absicht Fig. 13. nunmehr den Boden eines Ey-Faßes vor.

α. Will man nun die Stich-Zahl z des Faßes wissen, so sucht man den Halbmesser FG oder OM oder GN des untern Gewölbes auf und trägt denselben auf dem Umfang des obern Gewölbes AEBZA so oft herum als es angeht.

Weil man durchgehends für ein jedes gezogenes Ey ohne merklichen Fehler diese Halbmesser für einen Stich AD gelten lassen kann, so findet man durch dieses Umschlagen den Faß-Stich z.

Ließe sich, zum Exempel, der Halbmesser FG genau 12mal auf dem auf den Boden gezogenen Riß AEBZA herumtragen, so wäre das Ey auf 12 Stiche gesetzt.

Hiebey muß nun z jedesmal für ein Faß nach der Regel eine ganze Zahl seyn; auch möchte die Zahl 12 wohl die kleinste seyn, auf welche man bey einem gezogenen Ey kommen kann.

β. Läßt

β. Läßt sich der Stich AD, genau kmal auf der langen Axe des Bodens auftragen, so ist auch $\frac{1}{2}z + e = k$; und $e = k - \frac{1}{2}z$.

γ. Hat man den Faß-Stich gefunden, so muß noch sein Fundamental-Verhältniß, und die Stich-Mödel aufgesucht werden, nach welchen die Dauben an seinen Gewölben, und an seinen Seiten gefügt sind.

Das Verfahren hiebey ist folgendes:

Es sey Fig. 14. ein Eyfaß auf z Stiche; ab seine Axe, und $x\eta$ die lange Axe des Ey-Faßes von aussen der Spund-Daube zur Lager-Daube $G\eta$.

An diesem Faße heißt ferner:

$o\eta p$ das untere Gewölb,
mxl das obere Gewölb,
mko die Seite des Faßes.

Auch sind die Dauben

des Gewölbs gefügt, wie bey einem runden Faß vom
obern . . . . . dem Halbmesser xR
untern . . . . $w\eta$
die Seiten-Dauben . . . . . . mo.

Will man nun die Stich-Mödel für die Seiten- und Gewölb-Dauben finden, so macht man die Mittelpuncte C und F für die Wölbungen auf den Böden sichtbar, und legt an den Spund- und Lager-Dauben einen Stab $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$, gleichlaufend mit der Axe ab des Faßes an, mißt auch

$\alpha C \,//\, EC$. und $F\gamma \,//\, Fg$.

Hieraus findet man die Zahlen nach welchen die Stich-Mödel eingetheilt sind, durch welche die Dauben dieser Gewölbe gefügt worden.

Diese Zahlen seyen für das obere und untere Gewölbe, und für die Seiten-Dauben, gleich u ,, υ ,, w; so ist einmal

$$u = \frac{\alpha C + EC}{\alpha E}; \; \upsilon = \frac{G\gamma + FG}{G\gamma}$$

Setzt man ferner den Stab tr, gleichlaufend mit der Axe an den höchsten Punct k der Seiten-Dauben, und mißt ad, dt, und AH, so findet man

$$w = \frac{ad + dt}{AH} \text{ beynahe.}$$

Auch ist $\frac{n}{m} E x N = 2; (ad + dt). = \frac{n}{m} B$; demnach

$$\frac{n}{m} = \frac{2(ad + dt)}{B}$$

8. Nimmt man das bisher gesagte zusammen, so findet man, daß sich bey gezogenen Ey-Fäßern, N und M sechs Hauptmerkmale angeben lassen, von welchen eigentlich ihre Figur abhängt; nemlich

1. Das Fundamental-Verhältniß derselben $\frac{n}{m}$,, $\frac{n'}{m'}$
2. Ihr Grund-Stich . . . . . z ,, y
3. Der Stich-Model ihrer Seiten-Dauben w ,, w'
4. . . . . . ihres obern Gewölbs u ,, u'
5. . . . . . . untern . . υ ,, υ'
6. Ihre langen Axen von $\frac{1}{2}z + e$,, $\frac{1}{2}z + e'$ Stichen.

Sind

Sind diese sechs Merkmale für beyde Fäßer einerley, so sind diese Fäßer N und M, ähnliche Ey-Fäßer.

Faß-Formel für Ey-Fäßer.

V. a. Wenn das verkürzte Ey nach möglichster Schärfe berechnet werden soll, so müssen die Segmente desselben berechnet werden, die über den Flächen ADB „ 2NAM „ MEG „ NC „ seines Setzbodens stehen, nach jener Vorschrift, die oben bey dem ovalen Faß befolgt worden.

Weit kürzer aber kommt man zu seiner Absicht, wenn man näherungsweise folgendermaßen verfährt.

Man nimmt das Arithmetische Mittel, zwischen den Flächen seines Boden-Grund-Cirkels, und der Fläche des Grund-Cirkels in der Spund-Ebene, und betrachtet diese als die Fläche eines Cylinders, der bey einerley Weinlänge mit dem Faß mit ihm auch gleichen Inhalt hat.

b. Bey dem gezogenen Ey nimmt man ebenfals das Arithmetische Mittel aus der Summe der Producte der langen und kurzen Axe des Faßes an seinen Boden, und durch seinen Spund; und läßt dieses Mittel für die Fläche eines Cylinders gelten, dessen Höhe mit der ganzen Weinlänge des Faßes übereinkommt.

c. In der Praxis aber kann man am sichersten folgendermaßen verfahren.

Man aichet ein gegebenes Faß ab, und findet seinen Inhalt durch seine ganze Weinlänge c von S. Cubic-Fußen.

Bezeichnet ferner der Buchstabe Δ das Arithmetische Mittel zwischen den Producten der langen Axen und den Durchmessern des Grund-Cirkels des Faßes an seinen Boden, und durch seinen Spund, so kann man setzen

$$p \cdot \Delta c = S; \quad p = \frac{S}{\Delta c}.$$

Hat man den Factor p berechnet, so weis man auch, daß ein Ey-Faß (oder ein in demselben stehendes Polygonal-Faß), welches in dem Verhältniß $\frac{\nu}{\mu}$ auf z Stiche aufgesetzt ist, und dessen Seiten-Dauben, oberes und unteres Gewölb in u „ v „ w, Stiche, bey der langen Axe von $(\frac{1}{2}z + e)$ Stichen gefügt sind, seinem Inhalte (durch seine Weinlänge) nach, sich auf ein Parallelopid. bringen lasse, dessen Höhe mit seiner Weinlänge einerley, dessen Länge und Breite aber den ausgeglichten langen und kurzen Axen des Faßes gleich kommen.

Dies wäre nun dasjenige, was ich über die Gattungen der Fäßer in Anwendung auf ihre Cubatur hier anführen wollte. Mich auf solche Fäßer einzulassen, die mehr Producte auszeichnender Geschicklichkeit ihrer Verfertiger sind, als daß sie zum Gebrauch im bürgerlichen Leben vorhanden seyn sollten, halte ich deswegen für überflüßig. Hieher zähle z. E. die Fäßer die nach Art einer Sand-Uhr; oder auch nach Art eines elliptisch-parabolischen Sprach-Rohrs gestaltet sind; auch solche, die in Nuthen stehen u. d. gl.

Ich bleibe also hiemit bey den allgemein eingeführten Gattungen der Fäßer stehen, und werde meine Absicht erreicht haben, wenn das Feld der Visierkunst

kunst durch diese Untersuchungen erweitert, und durch dieselbe dem bürgerlichen Leben ein größerer Nutzen zuwächst.

Da aber bey diesen Untersuchungen Dinge auf eine Art behandelt werden mußten, die nicht die Sache eines jeden Visiers sind, und doch der Nutzen der sich aus denselben verbreiten soll, vorzüglich durch diese auf das Ganze gebracht werden muß, so halte ich für dienlich, aus diesen Untersuchungen practische Regeln herauszuziehen, und dieselbe so vorzutragen, daß sie den Fähigkeiten solcher Leute, die nicht gerade Geometer von Metier sind, angemessen seyn, und von ihnen angewendet werden mögen.

Deswegen füge ich hier noch einen Aufsatz unter dem Titel bey:

Practische Anweisung allerley Arten von Bräu- Brenn- und Farb-Gefäßen, so wie runde, ovale, Ey- und Polygonal-Fäßer zu visieren,

der übrigens so eingerichtet ist, daß er auch besonders abgedruckt, und deswegen von denjenigen angeschafft werden mag, die als bloße Practiker mit analytischen Untersuchungen sich nicht gerne abgeben.

Solche nun auf dem nächsten Weg dorthin zu bringen, wohin sie verlangen, verlasse ich die gewöhnliche synthetische Methode des Vortrags, und setze blos die Regeln hin, nach welchen dieser oder jener Körper berechnet werden mag: indem ich dabey jene Formeln zum Grund lege, auf welche man durch Hülfe der höhern Analysis kommt, und die bekanntlich allemal die kürzesten sind, und dabey die größte Genauigkeit gewähren.

Ich

Ich werde ferner auch die Auswahl unter diesen Formeln so einzurichten suchen, daß insbesondere dabey auf solche Körper Rücksicht genommen werde, welche, ob zwar nicht immer, doch mitunter, einem Visier zum Berechnen vorkommen. Hierunter zähle ich z. E. die Berechnung der Korn-Maaße, Bräu-Kessel, Grande u. dgl., und hiebey werde ich meistens solche zu Mustern aufstellen, die von mir selbst visieret worden.

Und damit übrigens die Berechnungen auf das kürzeste geführt werden mögen, so werde dieselben tabellarisch einrichten, und deswegen die nöthigsten und nützlichsten Tabellen anhängen, damit das Geschäfte eines Visiers auch dadurch möglichst erleichtert werden möge.

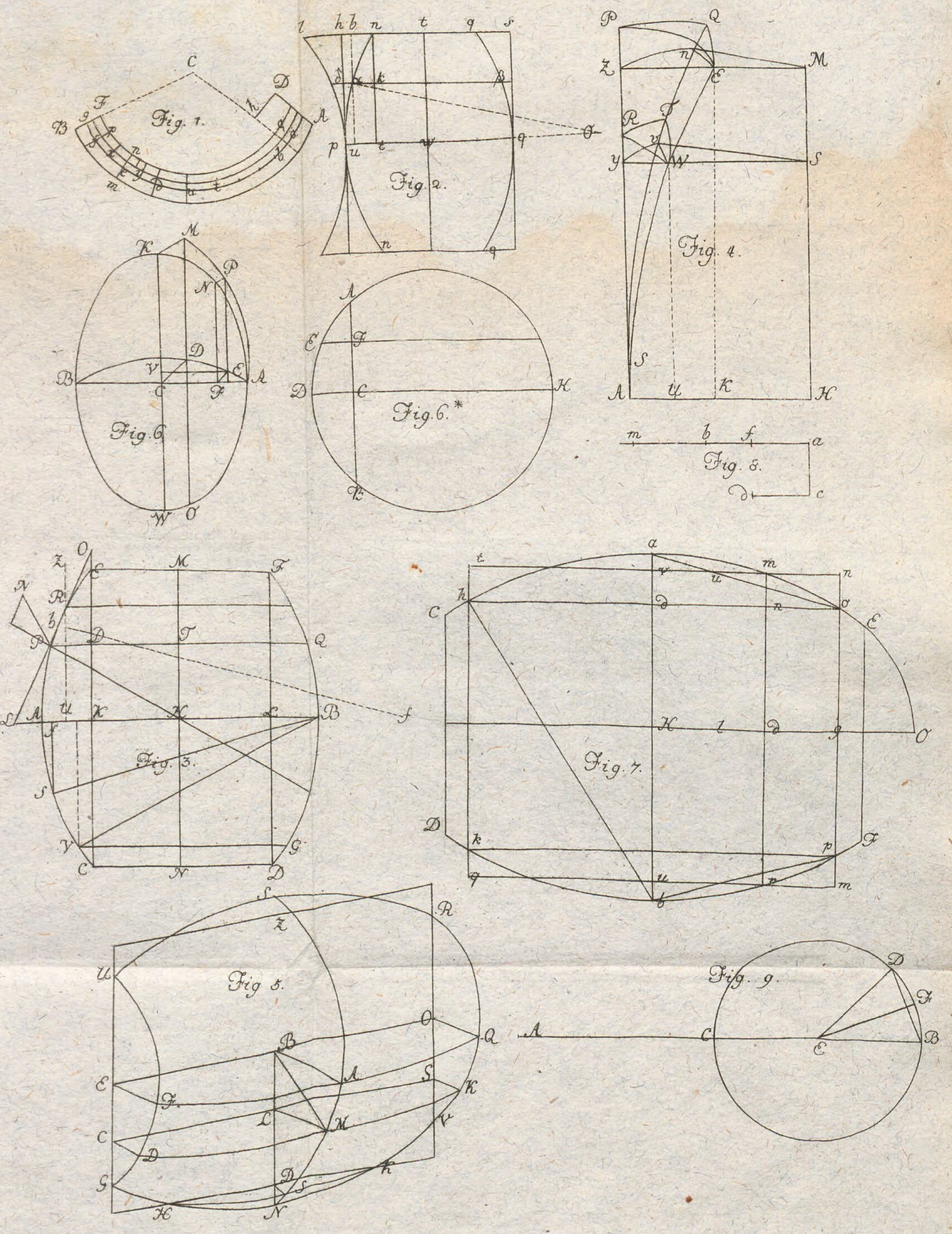


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 6
Fig. 6.*
Fig. 8.
Fig. 3.
Fig. 7.
Fig. 5.
Fig. 9.

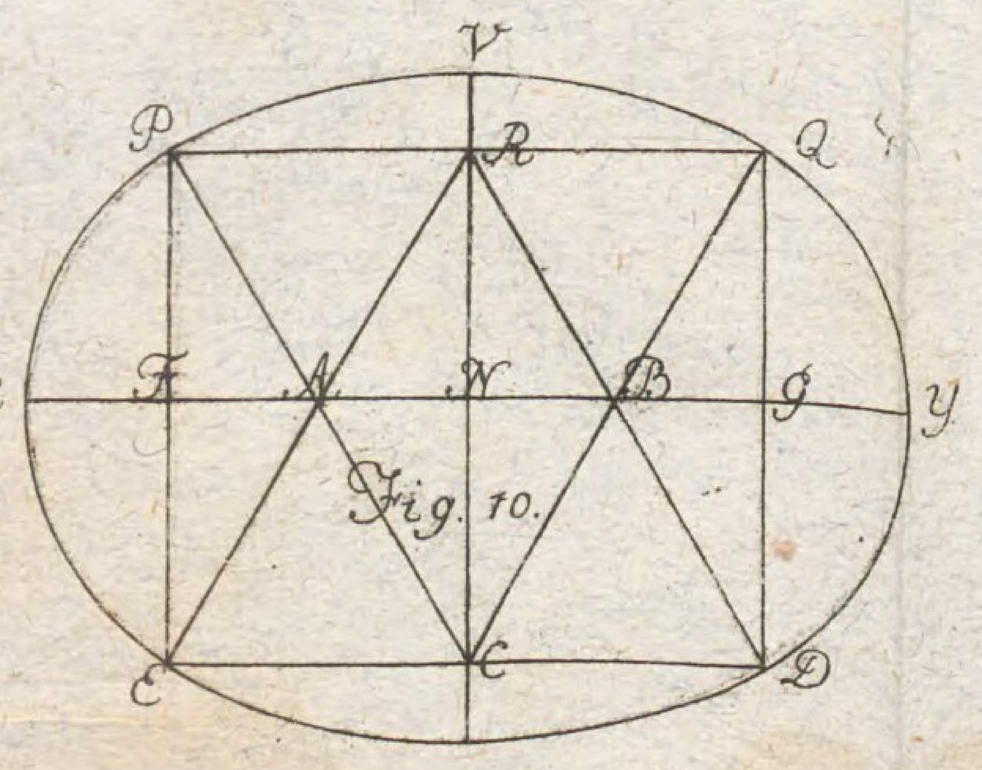


Fig. 10.

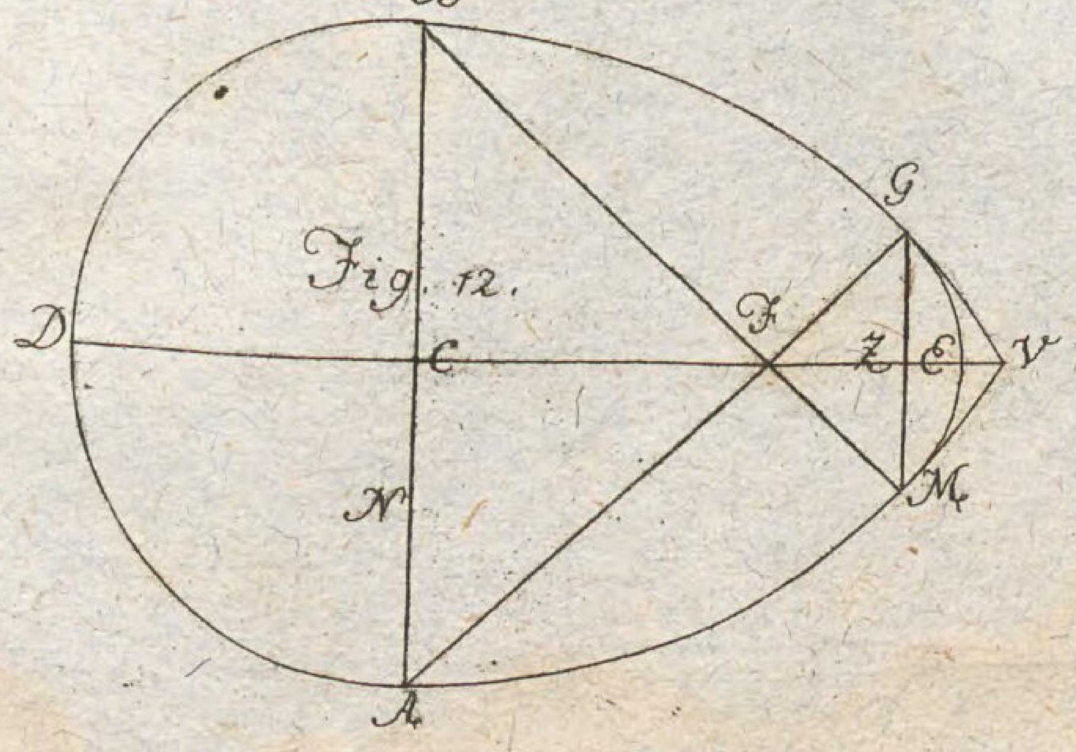


Fig. 12.

Fig. 11.

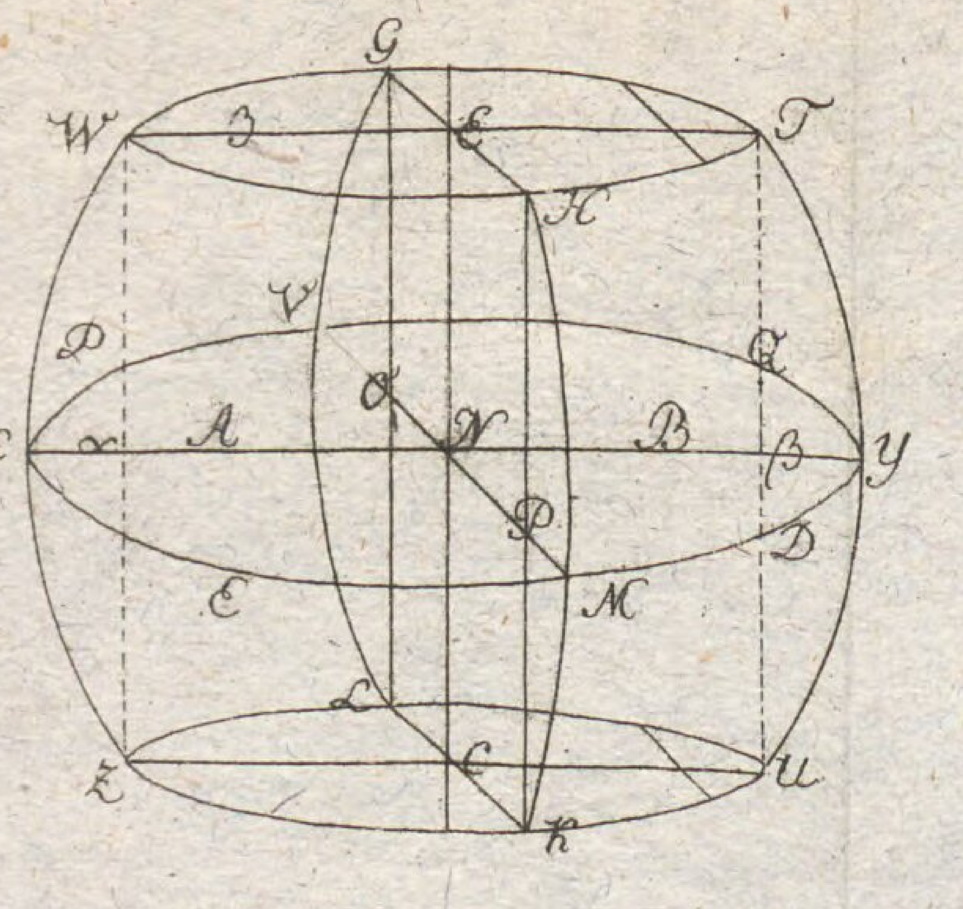
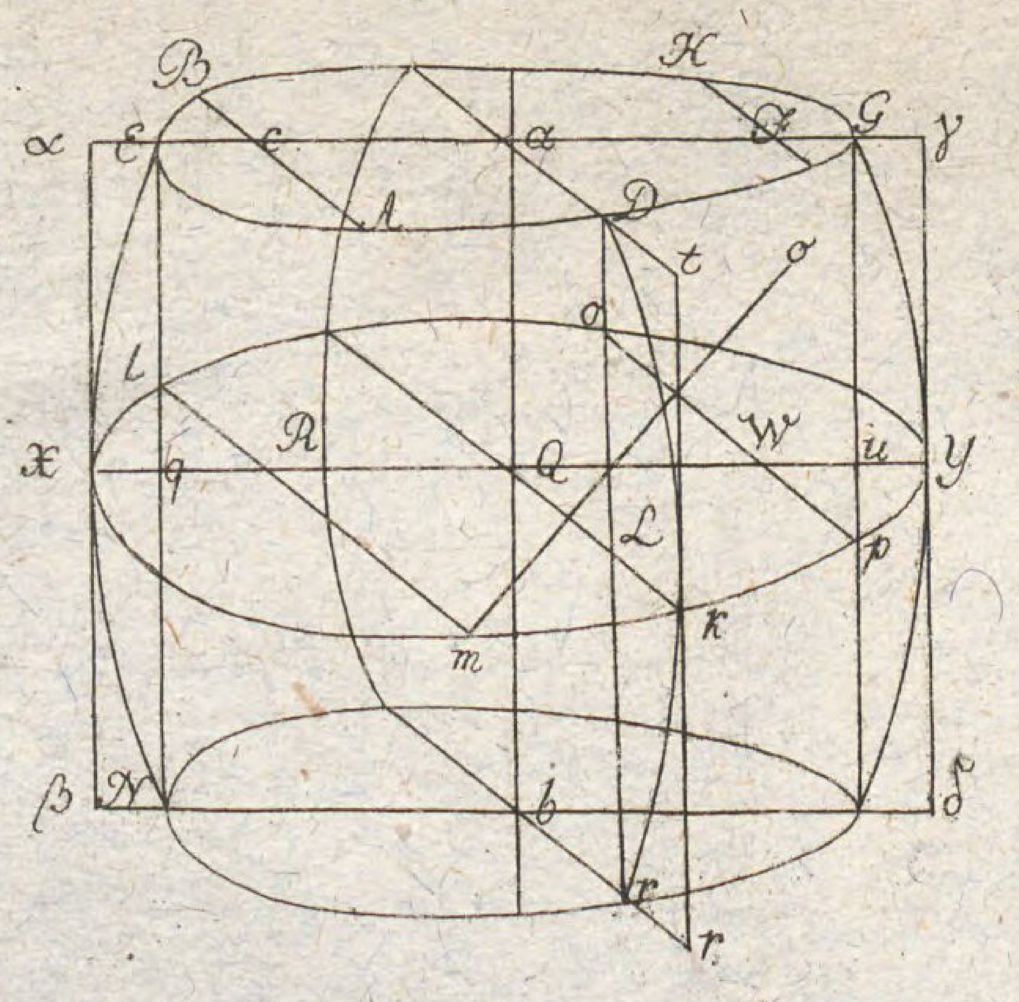


Fig. 14.



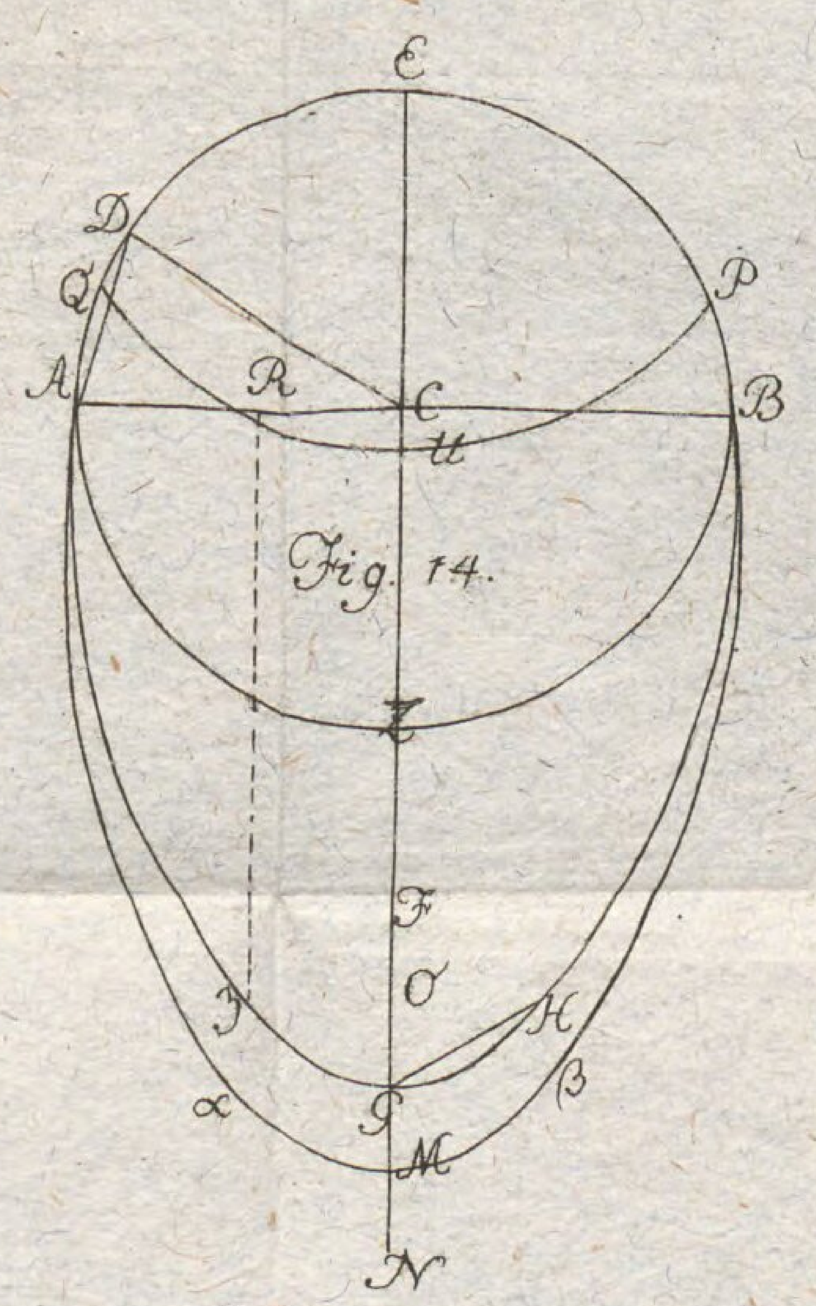


Fig. 14.

2. Q.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Späth, Johann Leonhard,

Abhandlung von Runden, Ovalen, Ey- und Polygonal-Fäßern aus der practischen Zusammensetzung dieser Fäßer hergeleitet

Nürnberg 1794

Math.p. 535
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082851-1
VD18 11380594